4

Primaria

Aritmética

Edición Digital

Perú

GENIOMATIC

Aritmética 4

Primaria

Autor
Hernán Hernández Bautista

Copyright©Hernán Hernández

Primera edición 2021

Asesoría Académica
Mg. Liz Limaylle Guzmán

Diseño y Diagramación
Gino Moisés Samamé Lobatón

Editado por: GENIOMATIC E.I.R.L.
Jr. Flosferri N° 616, Urb. Inca Manco Cápac II Etapa,
San Juan de Lurigancho, Lima
Telf.: (01) 767 0437
geniomaticeirl@gmail.com
www.geniomatic.com

Primera edición: Enero 2021

EDICIÓN DITITAL 2021

Obra producida por **GENIOMATIC E.I.R.L.**
Prohibida la reproducción total o parcial de este libro, por cualquier medio,
sin permiso escrito del autor.

Cómo está organizado tu cuaderno de actividades

PÁGINA INICIAL DE LA UNIDAD

Número de la Unidad

Imagen secundaria
Imagen que ilustra el mensaje del Enfoque Transversal sugerido para la unidad.

Competencia
Indica la competencia que desarrolla el Cuaderno de Actividades.

Capacidades
Contiene las capacidades correspondientes a la competencia.

Imagen motivadora
Imagen fotográfica que conecta una situación real con el tema de la unidad.

Comentario del tema
Importancia del tema como parte de las estructuras matemáticas.

Enfoque transversal
Breve mensaje que trata del tema transversal que se propone trabajar en la unidad.

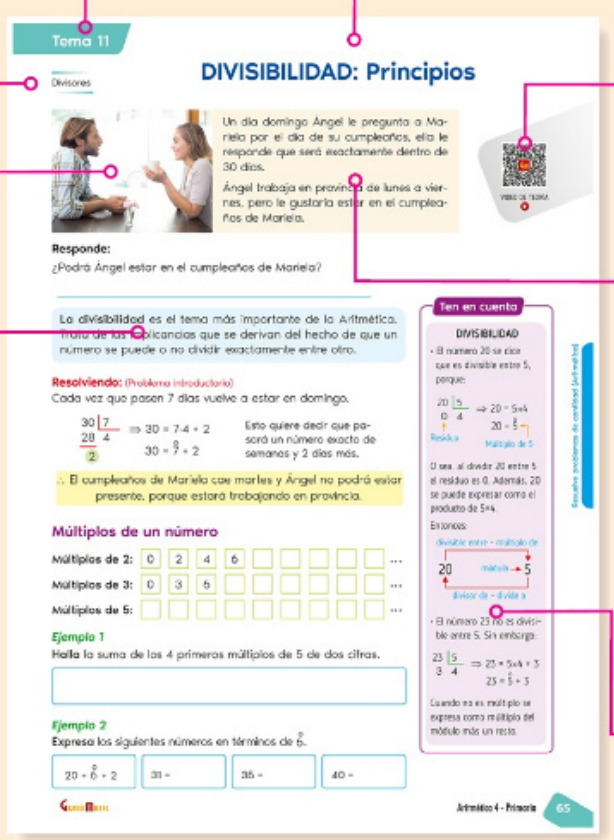
Desempeños
Son los desempeños que tienes que realizar para desarrollar las respectivas capacidades.

CONTENIDO DE LA UNIDAD

Conocimientos previos
Son los conocimientos previos que debes tener para abordar exitosamente el tema a tratar.

Imagen
Imagen que ilustra el contexto de la situación problemática inicial.

Formalización
Contiene definiciones, conceptos y generalizaciones de los contenidos matemáticos.



Número del tema

Título del tema

Uso del TIC: Código QR
Escaneando este código con tu teléfono celular podrás ver el video de la clase correspondiente al tema.

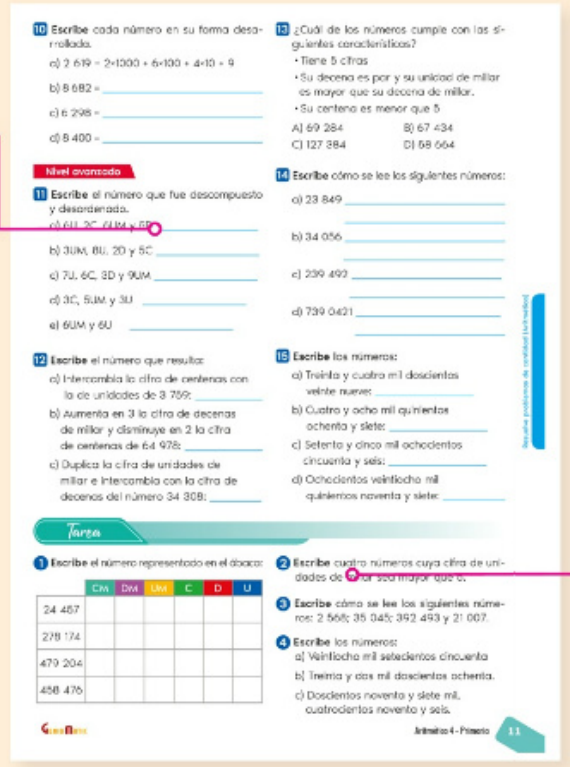
Conflicto cognitivo
Se formula una pregunta que explora los saberes previos y plantea un problema nuevo que deberás resolver con el desarrollo del tema.

Información complementaria
Lecturas, notas, observaciones, historias y recursos tecnológicos que contribuyen a reforzar y recrear el tema.

Actividades

Bajo el enfoque de resolución de problemas, los conceptos matemáticos adquieren significado en la medida en que nos ayudan a resolver diversos problemas del entorno real.

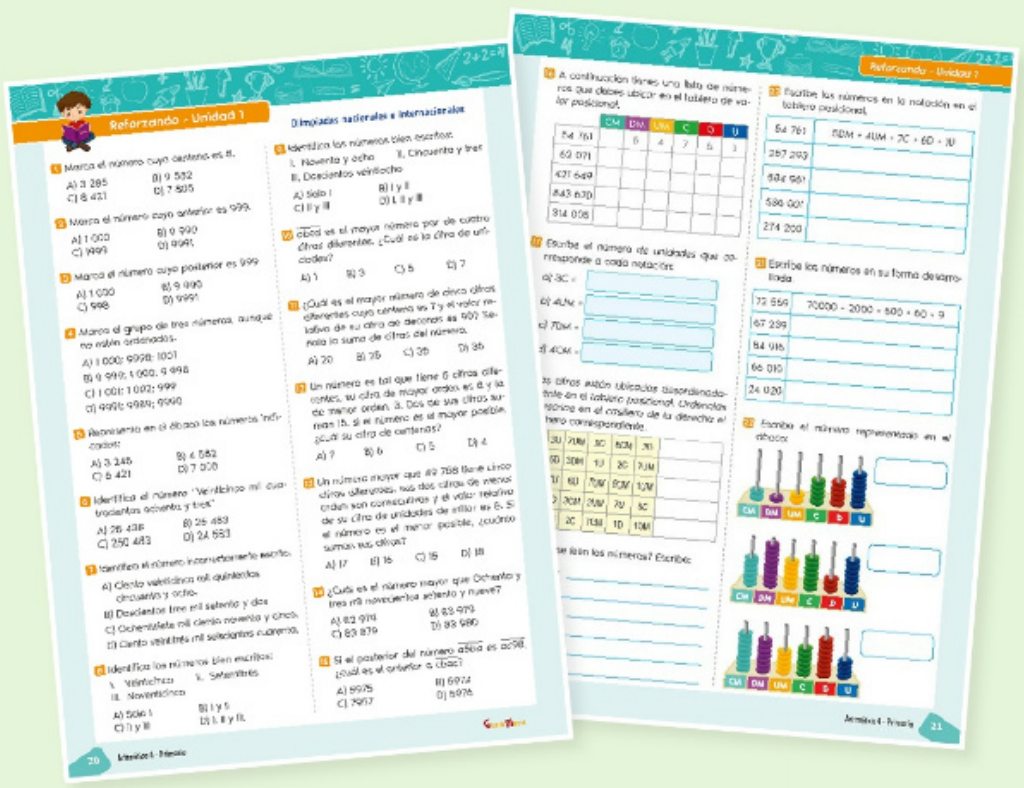
Se formulan un conjunto de problemas de diferentes contextos organizados según la demanda cognitiva.



Actividades para la casa

Problemas que debes desarrollar individualmente en casa para fortalecer y acentuar las estrategias utilizadas.

REFORZANDO Y AUTOEVALUACIÓN

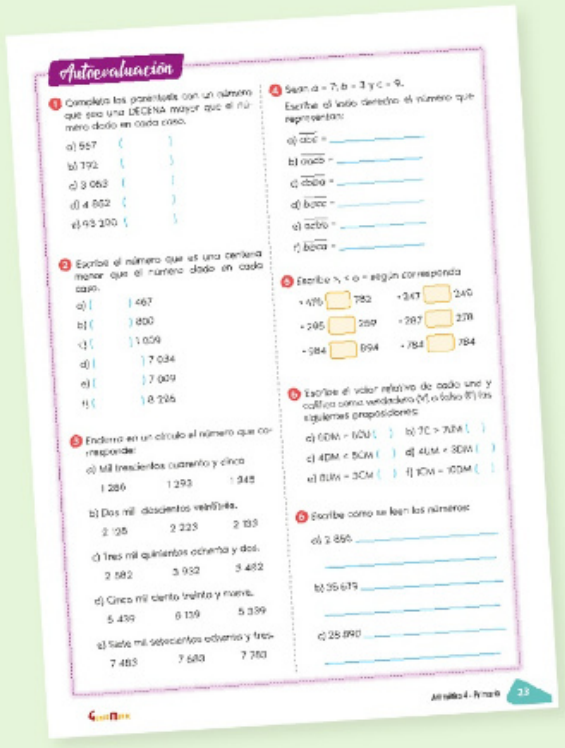


Reforzando la unidad

Luego de cada unidad se plantea un conjunto de problemas formulados en diversos concursos y olimpiadas nacionales e internacionales de matemáticas, que servirán para reforzar, complementar, profundizar y evaluar las capacidades desarrolladas durante el bimestre.

Son problemas variados de acuerdo a la demanda cognitiva, porque incluye diversas capacidades y competencias, así como de naturaleza intra y extra matemática.

Se ha enfatizado en formular preguntas y problemas contextualizados a fin de que el estudiante explore los conceptos matemáticos abstractos en situaciones reales.



Autoevaluación

La autoevaluación es una necesidad para conocer el avance del estudiante respecto a su proceso de aprendizaje.

Contiene un conjunto de 6 a 8 preguntas que invitan al estudiante a dar una mirada introspectiva de su aprendizaje en los contenidos, las capacidades desarrolladas y en contextos intra matemáticos y extra matemáticos.

Índice

	UNIDAD	ENFOQUE TRANSVERSAL	CONTENIDO TEMÁTICO	
I Bimestre	1 Construimos los números naturales	**ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA** Fortalecemos nuestro autoestima con humildad.	· Numeración decimal · Valor absoluto y relativo · Comparación y aproximación · Reforzando - Unidad 1 · Autoevaluación	7 12 16 20 23
	2 Los números romanos, adición y sustracción en $\mathbb{N}$	**ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA** Cumplimos con responsabilidad con nuestras tareas.	· Números romanos · Adición de números naturales · Operaciones combinadas + y - · Reforzando - Unidad 2 · Autoevaluación	25 29 34 38 41
II Bimestre	3 Multiplicación y división en $\mathbb{N}$	**ENFOQUE AMBIENTAL** Respetamos el medio ambiente evitando la contaminación.	· Multiplicación · División · Operaciones combinadas × y ÷ · Reforzando - Unidad 3 · Autoevaluación	43 48 52 56 59
	4 Divisibilidad	**ENFOQUE DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD** Practicamos la convivencia en paz.	· Múltiplos y divisores · DIVISIBILIDAD: Principios · DIVISIBILIDAD: Criterios · Reforzando - Unidad 4 · Autoevaluación	61 65 70 74 77
III Bimestre	5 Números primos, MCD y MCM	**ENFOQUE DE DERECHOS** Actuemos con justicia y equidad.	· Números primos · MCD Y MCM: Métodos de obtención · MCD Y MCM: Propiedades · Reforzando - Unidad 5 · Autoevaluación	79 83 87 91 93
	6 Números fraccionarios	**ENFOQUE DE ORIENTACIÓN AL BIEN COMÚN** Usamos racionalmente las redes sociales.	· Fracciones · Adición y sustracción de fracciones · Multiplicación de fracciones · Reforzando - Unidad 6 · Autoevaluación	95 99 103 107 109
IV Bimestre	7 Números decimales	**ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA** Cuidemos nuestra salud con buena alimentación.	· Números Decimales · Adición y sustracción de números decimales · Multiplicación y división de números decimales · Reforzando - Unidad 7 · Autoevaluación	111 115 118 122 125
	8 Estadísticas y probabilidades	**ENFOQUE INTERCULTURAL** Respetamos las creencias religiosas de los demás.	· Tabla de distribución de frecuencia · Promedio o media · Combinaciones y permutaciones · Reforzando - Unidad 8 · Autoevaluación	127 133 139 145 147

1 Construimos los números naturales

Los números naturales sirven para contar, realizar mediciones y tantas otras operaciones relacionadas con la pregunta cuánto. Son la base de otros números que iremos conociendo progresivamente.

Enfoque búsqueda de la excelencia

Fortalecemos nuestra autoestima con humildad

La autoestima es la valoración positiva de nosotros mismos, de nuestra imagen, pensamientos, juicios y afectos. Es lo que yo pienso y siento sobre mí. La satisfacción de cada uno respecto de sí mismo.

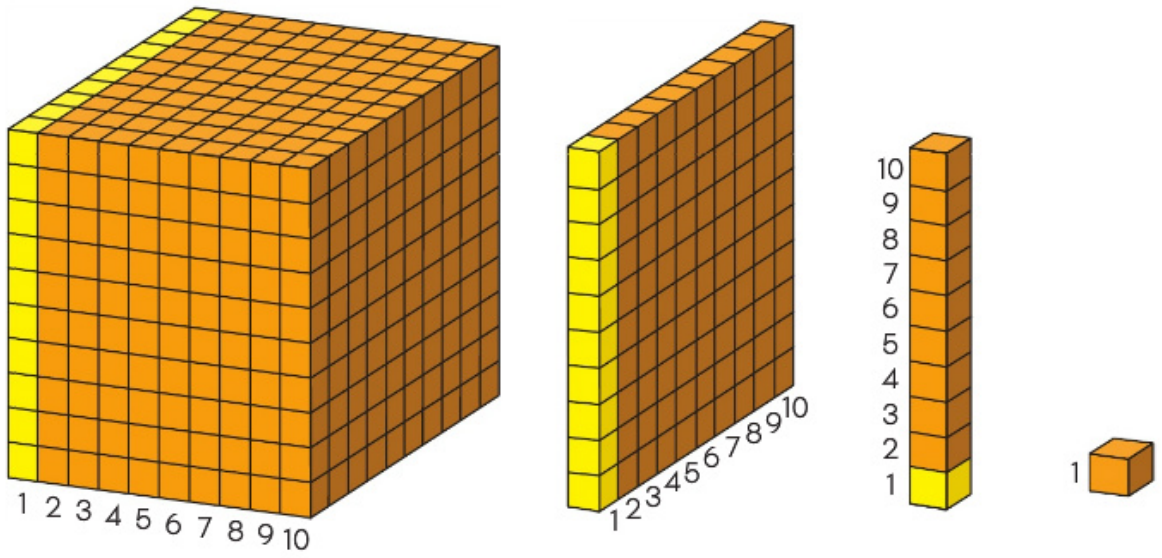
Cuanto más real y sincera sea ese conocimiento, ayudará a valorar nuestras virtudes y superar nuestras debilidades.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Expresa su comprensión del valor de posición de un dígito hasta centenas de millar. Representa literalmente números de dos o más cifras.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Explica el valor relativo de una cifra según el orden de su ubicación. Compara y ordena los números naturales hasta centenas de millar.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Usa estrategias para expresar un número distintas bases y utiliza estrategias de aproximación de números naturales.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Argumenta el principio de la formación de los números por agrupación según la base y su representación en el sistema posicional.

Numeración decimal

Números
hasta 999

Unidad de millar



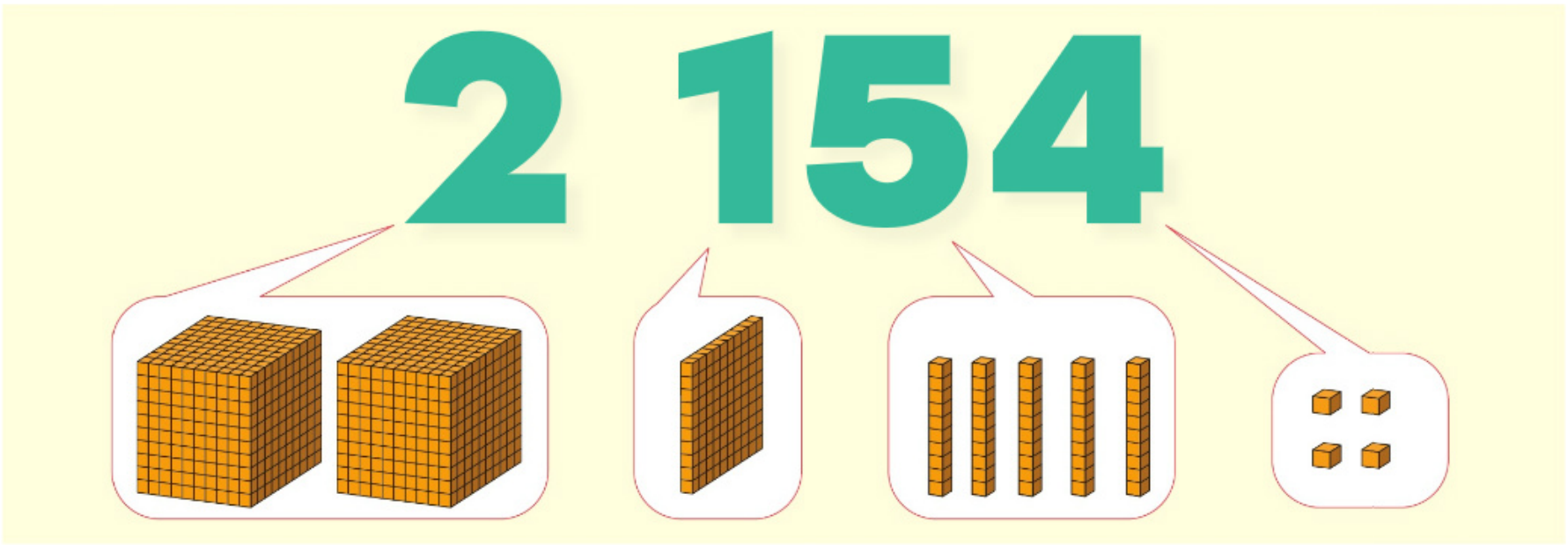
VIDEO DE TEORÍA

Observa cómo se forman los números:

- 10 unidades hacen una **decena**.
- 10 decenas hacen una **centena**.
- 10 centenas hacen una **unidad de millar**.

1 UM	1 C	1 D	1 U
1000	100	10	1

¿Qué representa el número 2154?



Un número se puede **descomponer** de varias maneras:

2 154
- 2 UM + 1 C + 5 D + 4 U → Según el valor posicional
- 2000 + 100 + 50 + 4
- 2×1000 + 1×100 + 5×10 + 4

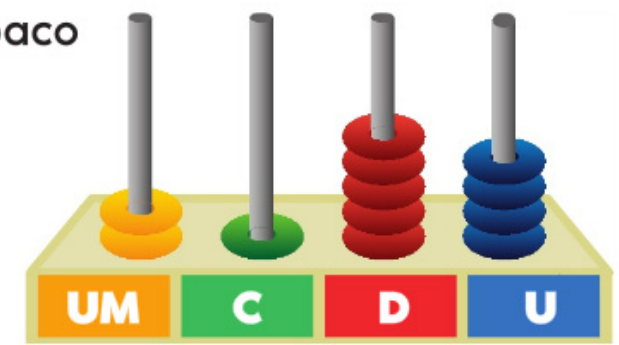
(2000 + 100 + 50 + 4 y 2×1000 + 1×100 + 5×10 + 4: Notación desarrollada)

Representación:

En el tablero posicional

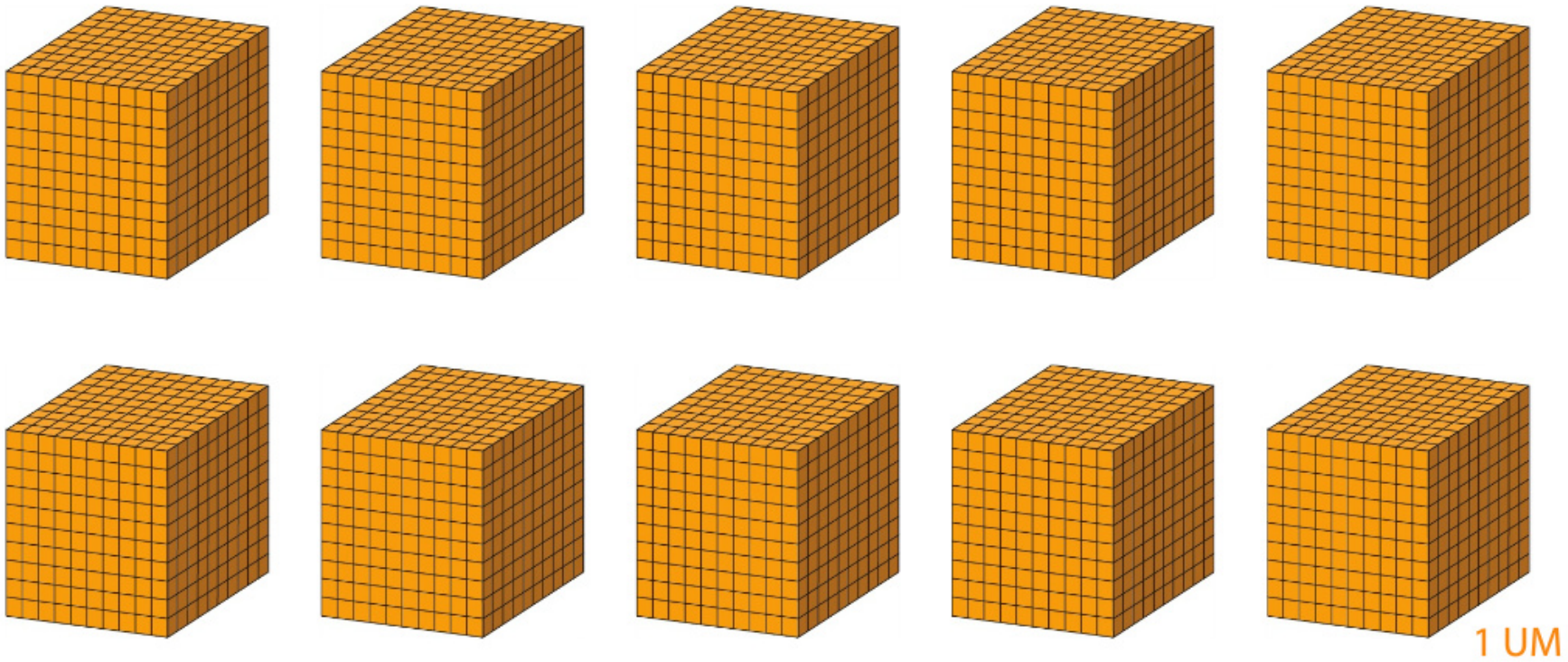
UM	C	D	U
2	1	5	4

En el ábaco



Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Decena de millar



10 UM = 1 DM

1 DM = 10 UM

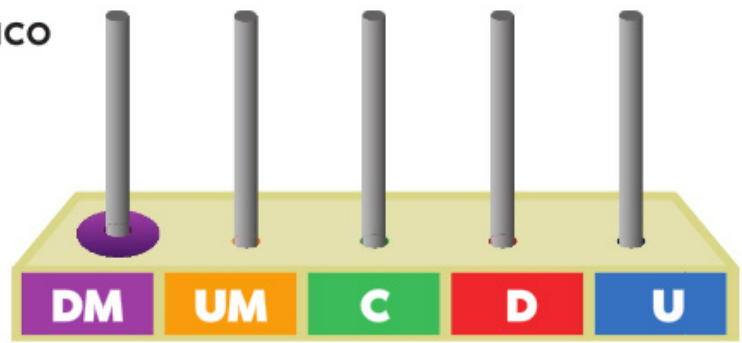
Representación:

En el tablero posicional

DM	UM	C	D	U
1	0	0	0	0

10 mil

En el ábaco



Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Lectura y escritura de los números en el sistema decimal

Millares					
Centena de millar (CM)	Decena de millar (DM)	Unidad de millar (UM)	Centenas (C)	Decenas (D)	Unidades (U)

Ejemplo

El señor Martínez debe girar cheques por los montos consignados.

Escribe lo que el señor Martínez debe poner en letras.

a) 1 283 *Mil doscientos ochenta y tres*

b) 6 703 _____

c) 35 002 _____

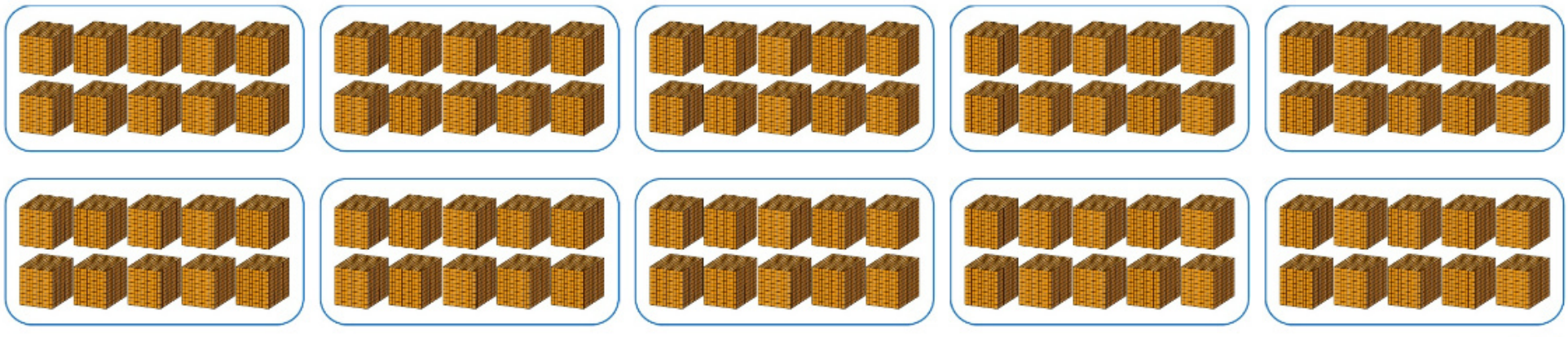
d) 84 064 _____

e) 29 800 _____

f) 44 795 _____

GENIO MATIC

Centena de millar



1 DM

10 DM = 1 CM

1 CM = 10 DM

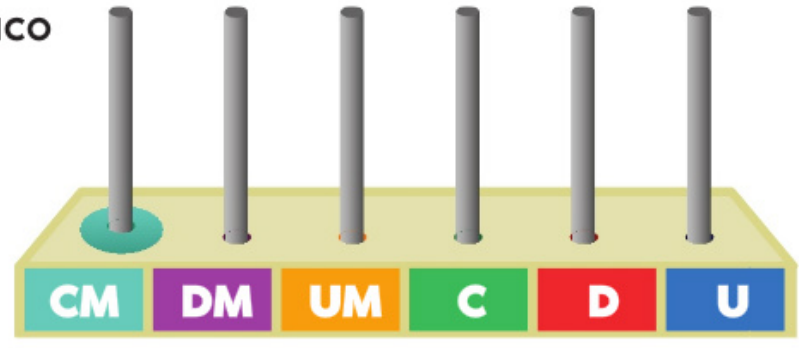
Representación:

En el tablero posicional

CM	DM	UM	C	D	U
1	0	0	0	0	0

100 mil

En el ábaco



Cómo se leen los números:

Hasta 29

28: Veintiocho

129: Ciento veintinueve

321: Trescientos veintiuno

226: Doscientos veintiséis

Después de 30

38: Treinta y ocho

139: Ciento treinta y nueve

331: Trescientos treinta y uno

258: Doscientos cincuenta y ocho

Nivel básico

1 **Escribe** los números en el tablero posicional.

	DM	UM	C	D	U
32 454					
57 745					
85 727					
98 706					

2 **Expresa** los números según el valor posicional de sus cifras:

a) 34 391 = 3 DM + 4 UM + 3 C + 9 D + 1 U

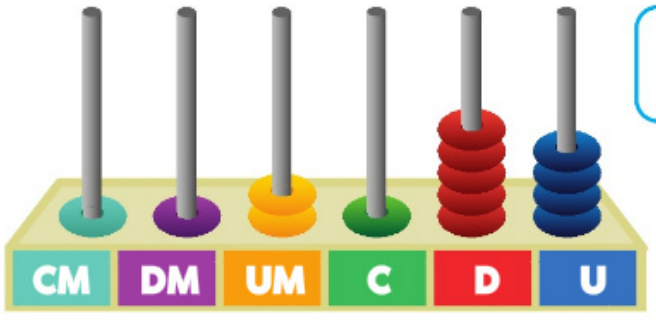
b) 63 408 = _____

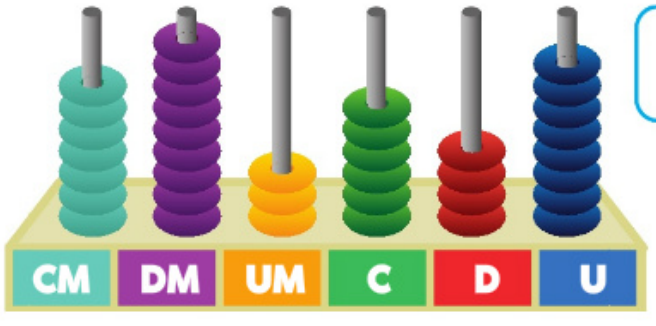
c) 87 329 = _____

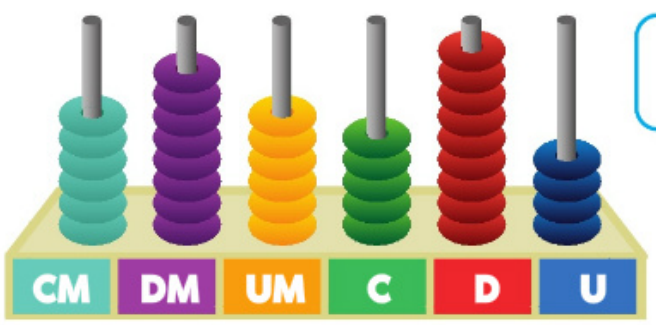
d) 59 039 = _____

e) 78 503 = _____

3 **Escribe** los números representado en el ábaco:







4 **Escribe** los números en el tablero posicional:

	CM	DM	UM	C	D	U
24 457						
278 174						
479 204						
458 476						

5 **Escribe** los números expresados según el valor posicional de sus cifras.

a) 6 DM, 6 UM, 2 C y 5 D _____

b) 4 DM, 2 UM, 7 D y 3 C _____

c) 9 DM, 7 UM, 6 C, y 3 D _____

d) 3 DM, 5 UM y 3 U _____

e) 7 DM, 8 C y 6 U _____

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Nivel intermedio

6 **Expresa** los números según el valor posicional de sus cifras.

a) 56 452 _____

b) 34 003 _____

c) 20 459 _____

d) 45 046 _____

e) 60 078 _____

7 **Completa** los paréntesis con un número que sea una DECENA mayor que el número dado.

a) 85 ( )

b) 782 ( )

c) 2 023 ( )

d) 3 450 ( )

e) 8 004 ( )

8 **Escribe** el número que es una CENTENA menor que el número dado.

a) ( ) 319 b) ( ) 500

c) ( ) 1 008 d) ( ) 6 034

e) ( ) 7 089 f) ( ) 8 114

9 **Escribe** cada número en su forma desarrollada.

a) 4 726 = 4000 + 700 + 20 + 6

b) 2 732 = _____

c) 5 758 = _____

d) 3 050 = _____

GENIOMATIC

10 **Escribe** cada número en su forma desarrollada.

a) 2 619 = 2×1000 + 6×100 + 4×10 + 9

b) 8 682 = _____

c) 6 298 = _____

d) 8 400 = _____

Nivel avanzado

11 **Escribe** los números que fueron descompuestos y desordenados.

a) 6 U, 2 C, 6 UM y 5 D _____

b) 3 UM, 8 U, 2 D y 5 C _____

c) 7 U, 6 C, 3 D y 9 UM _____

d) 3 C, 5 UM y 3 U _____

e) 6 UM y 6 U _____

12 **Escribe** el número que resulta de:

a) Intercambiar la cifra de centenas con la de unidades de 3 759: _____

b) Aumenta en 3 la cifra de decenas de millar y disminuye en 2 la cifra de centenas de 64 978: _____

c) Duplica la cifra de unidades de millar e intercambia con la cifra de decenas del número 34 308: _____

13 ¿Cuál de los números cumple con las siguientes características?

- Tiene 5 cifras.
- Su decena es par y su unidad de millar es mayor que su decena de millar.
- Su centena es menor que 5.

A) 69 284 B) 67 434

C) 127 384 D) 58 664

14 **Escribe** cómo se leen los siguientes números:

a) 23 849 _____

_____

b) 34 056 _____

c) 239 492 _____

_____

d) 7 390 421 _____

_____

15 **Escribe** los números:

a) Treinta y cuatro mil doscientos veinte nueve: _____

b) Cuarenta y ocho mil quinientos ochenta y siete: _____

c) Setenta y cinco mil ochocientos cincuenta y seis: _____

d) Ochocientos veintiocho mil quinientos noventa y siete: _____

Tarea

1 **Escribe** los números en el tablero posicional:

	CM	DM	UM	C	D	U
3 258						
345 484						
402 974						
274 854						

2 **Escribe** cuatro números cuya cifra de unidades de millar sea mayor que 5.

3 **Escribe** cómo se leen los siguientes números: 2 568; 35 045; 392 493 y 21 007.

4 **Escribe** los números:

a) Veintiocho mil setecientos cincuenta

b) Treinta y dos mil doscientos ochenta.

c) Doscientos noventa y siete mil, cuatrocientos noventa y seis.

Valor absoluto y relativo

Números hasta 999 000

VIDEO DE TEORÍA

Cuando se gira el primer letrero, el número cambia drásticamente.

El valor absoluto de 8 no cambia, pero su valor relativo sí. Pasa de 8 unidades a 8 centenas, o sea, de 8 a 800.

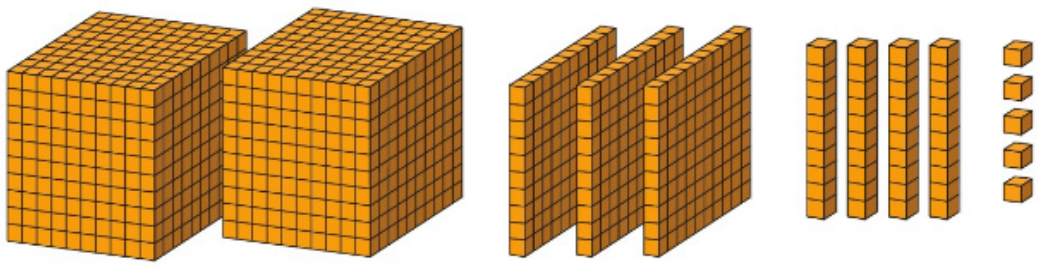
El valor absoluto de 6 cambia a 9 debido a la rotación.

Las cifras que componen un número tienen dos valores:

Valor absoluto.- Valor debido a su figura.

Valor relativo.- Valor debido a su ubicación en el número.

Observa la siguiente situación:



El sistema de numeración que usamos es un sistema posicional de base 10 de origen indo arábigo.

Es posicional porque cada cifra tiene un valor diferente en cada posición.

De base 10 o decimal, porque se forman agrupando de 10 en 10.

UM	C	D	U
2	3	4	5

Unidades: Representa unidades (1° orden)

Decenas: Representa grupos de 10 (2° orden)

Centenas: Representa grupos de 100 (3° orden)

Unidad de millar: Representa grupos de 1000 (4° orden)

UM	C	D	U	
9	4	7	6	Aquí 6 representa 6 unidades
9	4	6	7	Aquí 6 representa 60 (6 decenas)
9	6	4	7	Aquí 6 representa 600 (6 centenas)
6	9	4	7	Aquí 6 representa 6000 (6 millares)

El valor absoluto de 6 es seis, en cambio, su valor relativo depende de su ubicación en el numeral.

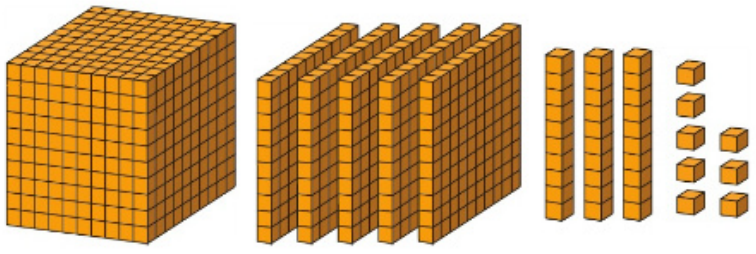
Ejemplo 1

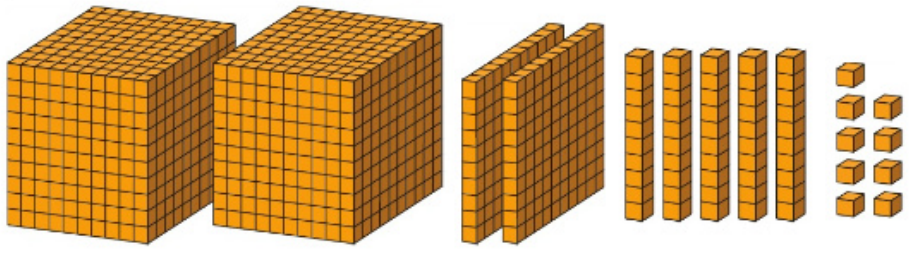
Completa la tabla con el valor absoluto y el valor relativo de la cifra en rojo.

Número	381 679	62 754	523 786	2 146 583	214 567	689 124
Valor absoluto						
Valor relativo						

Ejemplo 2

En cada caso, **determina** el número de cubitos y **escribe** en el espacio en blanco.





Representación literal

Sean: $a = 5$, $b = 7$, $c = 3$

- $ab = 5 \times 7$
- $ab = 35$
- $\overline{ab} = 57$

Las cifras se pueden representar por letras, cada cifra por una letra.

Cuando un número se representa literalmente, se debe colocar una barra en la parte superior, porque sin barra representarla una multiplicación.

Ejemplo 3

Para $x = 1$; $y = 5$ y $z = 8$, **escribe** el número que representa cada notación.

En letras	$\overline{xyz}$	$\overline{xxy}$	$\overline{xyx}$	$\overline{xxyy}$	$\overline{zxxy}$	$\overline{xyyxz}$
En números						

Nivel básico

1 **Escribe** el valor relativo de las cifras en rojo.

a) 24 395 ➡ _____

b) 47 400 ➡ _____

c) 37 309 ➡ _____

d) 39 503 ➡ _____

e) 23 473 ➡ _____

f) 87 004 ➡ _____

g) 387 937 ➡ _____

2 Escribe la suma del valor absoluto y valor relativo de las cifras en rojo.

a) 24 395

b) 7 400

c) 37 309

d) 39 503

e) 3 473

f) 87 004

3 **Halla** el valor relativo de las siguientes cifras:

a) 5UM = 5000 b) 7D = _____

c) 8C = _____ d) 4U = _____

e) 7DM = _____ f) 6D = _____

4 **Halla** las unidades de millar, centenas, decenas y unidades que hay en estos números.

a) 2 721:

_____ Unidades de millar

_____ Centenas

_____ Decenas

_____ Unidades

b) 3 658:

_____ Unidades de millar

_____ Centenas

_____ Decenas

_____ Unidades

5 **Escribe** si es falso (F) o verdadero (V), en el número 53 971:

a) El valor relativo de 3 es 300 ( )

b) El valor relativo de 9 es 900 ( )

c) La cifra de menor valor absoluto es 1 ( )

d) La cifra de mayor valor relativo es 9 ( )

e) La cifra de mayor valor absoluto es 900 ( )

Nivel intermedio

6 Sean $a = 7$; $b = 3$ y $c = 9$. **Escribe** al lado derecho el número que representan:

a) $\overline{abc}$ = _____ b) $\overline{aab}$ = _____

c) $\overline{aba}$ = _____ c) $\overline{acc}$ = _____

e) $\overline{aabb}$ = _____ f) $\overline{bbac}$ = _____

7 $\overline{abcd}$ es el mayor número impar de cuatro cifras diferentes. **Escribe** el valor de cada cifra:

$\overline{abcd}$ = ☐

a = ☐

b = ☐

c = ☐

d = ☐

8 $\overline{abcd}$ es el menor número impar de cuatro cifras diferentes. **Escribe** el valor de cada cifra:

$\overline{abcd}$ = ☐

a = ☐

b = ☐

c = ☐

d = ☐

9 **Escribe** entre paréntesis si es falso (F) o verdadero (V).

a) 1D = 100 ( )

b) 3UM = 3 000 ( )

c) 10C = 1000 ( )

d) 12D = 1200 ( )

10 **Escribe** entre paréntesis si es falso (F) o verdadero (V).

a) 10D = 1C ( )

b) 10UM = 100C ( )

c) 10C = 100D ( )

d) 12D = 120C ( )

Nivel avanzado

11 Si al número 3 284 se le cambia la cifra de las unidades con la de las centenas, ¿aumenta o disminuye? ¿En cuánto?

12 Se intercambia la cifra de unidades con la de centenas del número cuatro mil quinientos ochenta y cuatro. ¿En cuanto aumenta o disminuye el número original?

13 ¿Cuál es el mayor número cuya suma de sus 3 cifras es igual 13?

a) 436 b) 940 c) 931 d) 951

14 **Marca** el mayor de los números cuya suma de cifras es 11.

a) 1235 b) 2801
c) 8111 e) 9203

15 ¿Cuál es el menor número que tiene 4 cifras pares diferentes cuya suma es 20?

16 ¿Cuál es el número menor que tiene 3 cifras pares diferentes cuya suma es 16?

Tarea

1 **Escribe** 4 números que tengan una cifra de centenas igual a 8.

2 **Representa** el número 6 372 con los símbolos del tablero posicional.

- 1 Unidad de Millar:
- 1 Decena:
- 1 Centena:
- 1 Unidad:

3 **Determina** el valor absoluto y el valor relativo de los dígitos en rojo:

a) 6 436 b) 3 450
c) 3 231 d) 23 561

4 **Disminuye** una unidad de millar a los siguientes números:

a) 2 636 b) 84 520
c) 7 236 d) 30 731

Comparación y aproximación

Valor absoluto y relativo de cifras

Tomás y sus amigos han visitado el zoológico y han visto un elefante y su cría.

¿Cuánto pesa un elefante? – Preguntó Tomás.

Aproximadamente 6 000 kilogramos – respondió Ofelia.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

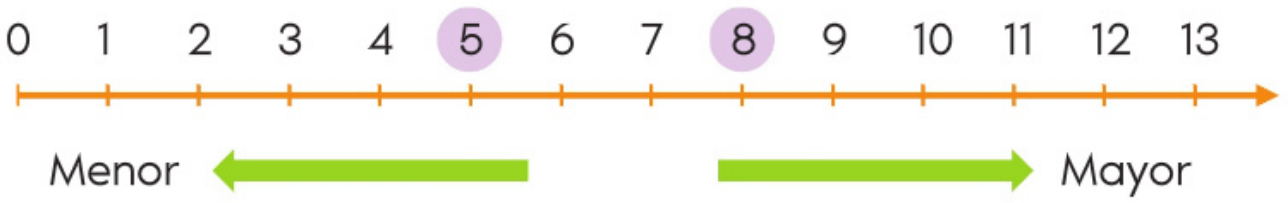
En base a los datos que se brindan en la conversación, ¿podrías estimar el peso de la cría?

Si comparamos el peso de la madre y el de la cría, es evidente que la cría pesa menos de 6 000 kilogramos.

Los números naturales están ordenados, esto es, entre dos números naturales *a* y *b* solo caben tres posibilidades:

a mayor que *b* | *a* igual a *b* | *a* menor que *b*

Este hecho posibilita que a los números naturales podemos representarlos en una recta:

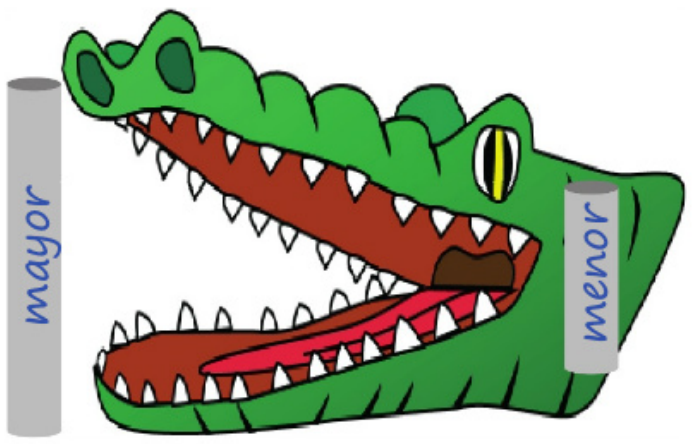


- 5 es menor que 8
- 8 es mayor que 5

Para expresar que un número es mayor o menor que otro se utilizan los símbolos: > y <.

> Mayor que

< Menor que



Ejemplo 1

Escribe > o <, según corresponda:

- 78 ☐ 65
- 65 ☐ 63
- 98 ☐ 89
- 77 ☐ 76

En el lado ensanchado va el número mayor y en el lado agudo, el menor.

- $8 > 5$ "8 mayor que 5"
- $5 < 8$ "5 menor que 8"
- $20 > 12$ "20 mayor que 12"
- $13 < 18$ "13 menor que 18"

Se puede leer en 2 sentidos

$12 > 7$ ➡ "12 mayor que 7"

$12 > 7$ ⬅ "7 menor que 12"

Ejemplo 2

Escribe > o <, según corresponda:

- 23 ☐ 36
- 45 ☐ 22
- 48 ☐ 84
- 33 ☐ 30
- 66 ☐ 56
- 72 ☐ 75

Ejemplo 3

Escribe como se lee de izquierda a derecha y derecha a izquierda.

- $20 < 25$ _____ _____
- $38 > 35$ _____ _____

Comparación de números naturales

De dos números, es mayor el que tiene más cifras.

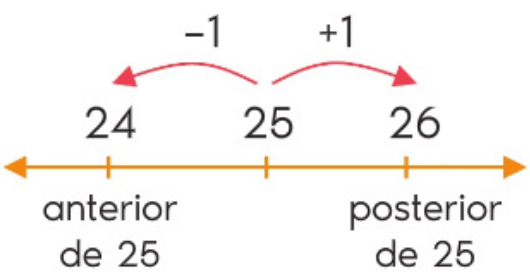
Si tienen igual número de cifras, comparamos las cifras de izquierda a derecha hasta encontrar cifras diferentes.

67 567 } Como 5 > 4 ⇒ 67 567 > 67 489 ó

67 489 } Como 4 < 5 ⇒ 67 489 < 67 567

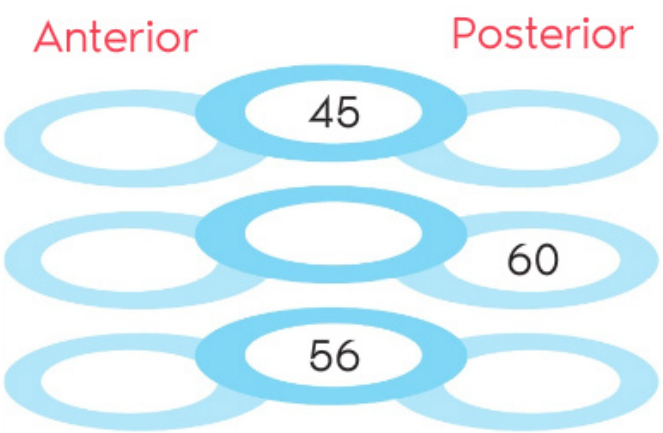
Anterior y posterior

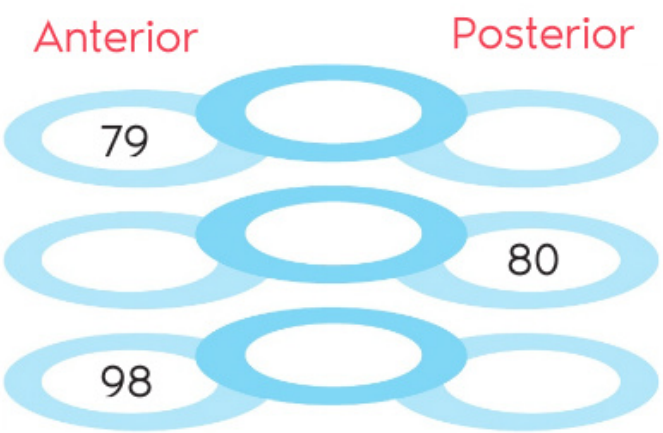
Dado un número natural, el anterior es una unidad menor y el posterior, una unidad mayor.



Ejemplo 4

Completa los espacios en blanco.





Ten en cuenta

Más signos de la desigualdad

≤ : menor o igual que

≥ : mayor o igual que

Ejemplo:

- $12 \leq 12$
  Se cumple la parte igual.
- $15 \geq 13$
  Se cumple la parte mayor.

Nivel básico

1 **Escribe** el número inmediato anterior:

a) ⟹ 2 371

b) ⟹ 5 340

c) ⟹ 3 000

d) ⟹ 4 889

2 **Escribe** un número que haga verdadera cada oración:

a) 186 es mayor que _____

b) 609 es menor que _____

c) 2 015 es mayor que _____

d) 3 027 no es mayor que _____

3 **Completa** los espacios en blanco.

Anterior		Posterior
	789	
	900	
	800	

4 **Ordena** en forma ascendente cada grupo de números:

a) 4 015 4 035 4 735 4 046

_____

b) 6 302 6 037 6 284 6 604

_____

c) 7 834 7 613 7 734 7 349

_____

5 **Califica** como verdadero (V) o como falso (F) las siguientes proposiciones:

a) 3D > 9U ( ) b) 8C > 1UM ( )

c) 5DM < 7UM ( ) d) 8CM < 1DM ( )

e) 10DM = 1CM ( ) f) 10DC = 1UM ( )

Nivel intermedio

6 **Escribe** >, < o =, según corresponda:

- 253 ☐ 236
- 373 ☐ 370
- 645 ☐ 622
- 696 ☐ 696
- 948 ☐ 984
- 782 ☐ 785

7 **Escribe** un número que haga verdadera cada oración:

a) 98 es mayor que _____

b) 7 479 es menor que _____

c) 2 002 es mayor que _____

d) 4 300 es menor que _____

e) 3 873 es igual a _____

8 **Califica** como verdadero (V) o como falso (F) las siguientes proposiciones:

a) 6C > 9D ( ) b) 4D < 7U ( )

c) 1D < 20U ( ) d) 7DM > 5UM ( )

f) 10DM = 1CM ( ) g) 10UM = 1DM ( )

Genio Matic

9 Claudia compró un sombrero por 36 soles, Leo compró un libro por 41 soles, Elmer compró un par de zapatos por 98 soles y Marcos compró un polo por 38 soles. Ordena en forma ascendente los gastos realizados.

10 Si el anterior de $\overline{37ab}$ es $\overline{3aa5}$, **determina** el valor de $a + b$.

Nivel avanzado

11 **Encuentra** un número con las siguientes pistas:

- Tiene 4 cifras diferentes y termina en 2.
- Su cifra de centenas es 9.
- Es el menor posible.

12 El número posterior a $\overline{a7bc}$ es $\overline{4c6b}$. **Determina** el número anterior y el posterior de $\overline{abc0}$.

13 **Encuentra** el mayor número de 4 cifras diferentes cuya cifra de decenas es 8, si el valor relativo de su cifra de tercer orden es 400 y es el mayor posible.

14 El año anterior y el año posterior del año de nacimiento de Teresa suman 4028. ¿En qué año nació Teresa?

Tarea

1 **Escribe** cómo se leen en ambos sentidos las siguientes desigualdades.

- $9 < 17$
- $230 > 199$
- $15 < 16$
- $237 > 236$

2 **Ordena** en forma ascendente los números: 2 934; 1 923; 2 9476; 1 932; 2 873 y 1 839.

3 **Escribe** en los recuadros en blanco el signo >, < 0 =, según corresponda:

- 253 ☐ 236
- 373 ☐ 370
- 645 ☐ 622
- 696 ☐ 696

4 Con los dígitos 7; 9; 2 y 4, **escribe** todos los números de cuatro cifras posibles, sin repetir ningún dígito. Luego ordena en forma ascendente.

Reforzando - Unidad 1

1 Marca el número cuya centena es 8.

A) 3 285 B) 9 582
C) 8 421 D) 7 805

2 Marca el número cuyo anterior es 999.

A) 1 000 B) 9 990
C) 1999 D) 9991

3 Marca el número cuyo posterior es 999.

A) 1 000 B) 9 990
C) 998 D) 9991

4 Marca el grupo de tres números consecutivos, aunque no estén ordenados.

A) 1 000; 9998; 1001
B) 9 999; 1 000; 9 998
C) 1 001; 1 002; 999
D) 9991; 9989; 9990

5 Marca el número más cercano a 5000.

A) 3 245 B) 4 582
C) 6 421 D) 7 005

6 Identifica el número "Veinticinco mil cuatrocientos ochenta y tres"

A) 25 438 B) 25 483
C) 250 483 D) 24 583

7 Identifica el número incorrectamente escrito.

A) Ciento veinticinco mil quinientos cincuenta y ocho.
B) Doscientos tres mil setenta y dos
C) Ochentisiete mil ciento noventa y cinco.
D) Ciento veintitrés mil seiscientos cuarenta.

8 Identifica los números bien escritos:

I. Veinticinco II. Setentitrés
III. Noventicinco

A) Solo I B) I y II
C) II y III D) I, II y III.

Olimpiadas nacionales e internacionales

9 Identifica los números bien escritos:

I. Noventa y ocho II. Cincuenta y tres
III. Doscientos veintiocho

A) Solo I B) I y II
C) II y III D) I, II y III

10 $\overline{abcd}$ es el mayor número impar de cuatro cifras diferentes. ¿Cuál es su cifra de unidades?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7

11 ¿Cuál es el mayor número de cinco cifras diferentes cuya centena es 7 si el valor relativo de su cifra de decenas es 90? Señala la suma de cifras del número.

A) 20 B) 25 C) 35 D) 36

12 Un número tiene 5 cifras diferentes, su cifra de mayor orden es 8 y la de menor orden, 3. Dos de sus cifras suman 15. Si el número es el mayor posible, ¿cuál es su cifra de centenas?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4

13 Un número mayor que 49 758 tiene cinco cifras diferentes. Sus dos cifras de menor orden son consecutivas y el valor absoluto de su cifra de unidades de millar es 8. Si el número es el menor posible, ¿cuánto suman sus cifras?

A) 17 B) 16 C) 15 D) 18

14 ¿Cuál es el número mayor que ochenta y tres mil novecientos setenta y nueve?

A) 82 979 B) 83 979
C) 83 879 D) 83 980

15 Si el posterior del número $\overline{a5ba}$ es $\overline{ac98}$, ¿cuál es el anterior a $\overline{cbac}$?

A) 5975 B) 5974
C) 7957 D) 5976

16 A continuación tienes una lista de números que debes ubicar en el tablero de valor posicional.

	CM	DM	UM	C	D	U
54 761		5	4	7	6	1
62 071						
421 649						
843 670						
314 005						

17 Escribe el número de unidades que corresponde a cada notación:

a) 3C = ____

b) 4UM = ____

c) 7DM = ____

d) 4CM = ____

18 Las cifras están ubicadas desordenadamente en el tablero posicional. Ordénalas y escribe en el casillero de la derecha el número correspondiente.

2DM	3U	7UM	9C	6CM	2D	
7CM	5D	3DM	1U	2C	7UM	
C9	7U	6D	7DM	5CM	1UM	
2DM	4D	3CM	2UM	7U	5C	
8UM	9U	2C	7CM	1D	1DM	

19 ¿Cómo se leen los números? Escribe:

a) 3 859 _____

_____

b) 8 8002 _____

_____

c) 25 819 _____

_____

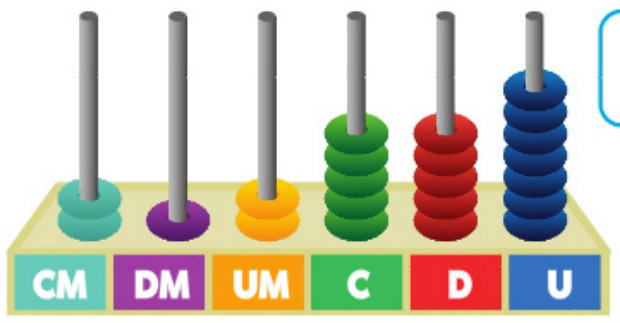
20 Escribe los números en la notación del tablero posicional.

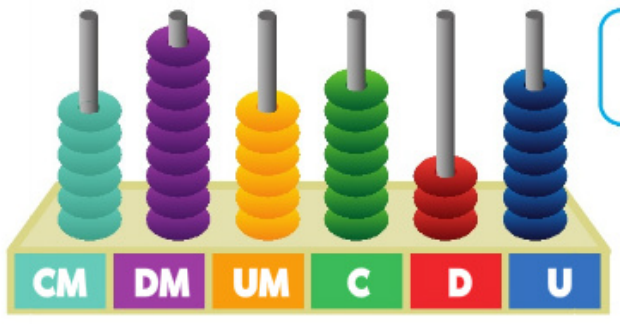
54 761	5 DM + 4 UM + 7 C + 6 D + 1 U
257 293	
584 961	
536 001	
274 200	

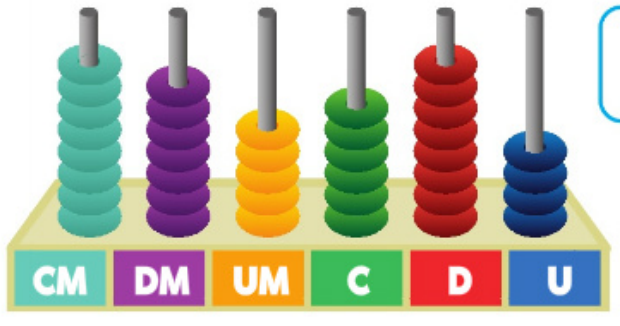
21 Escribe los números en su forma desarrollada.

72 569	70000 + 2000 + 500 + 60 + 9
67 239	
84 916	
66 010	
24 020	

22 Escribe los números representados en el ábaco:







23 Ordena en forma descendente cada grupo de números:

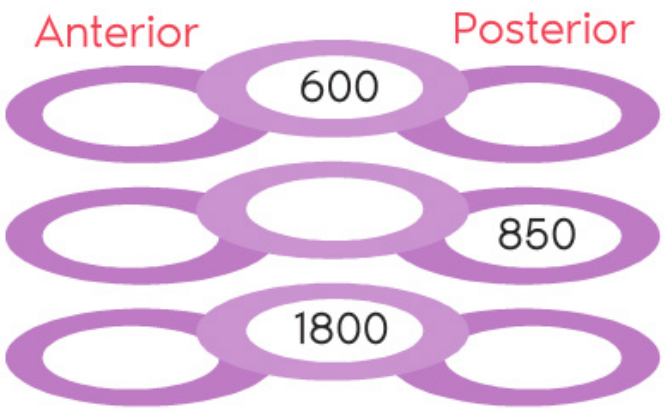
a) 7 021 ; 7 078 ; 5 385 ; 4 058:

b) 7 021 ; 7 078 ; 5 385 ; 4 058:

c) 7 021 ; 7 078 ; 5 385 ; 4 058:

d) 7 021 ; 7 078 ; 5 385 ; 4 058:

24 Completa los espacios en blanco.



25 Une con flechas los números y su escritura:

a) 3 125	Tres mil ciento cinco.
b) 3 215	Tres mil doscientos quince.
c) 3 025	Tres mil ciento veinticinco.
d) 3 105	Tres mil veinticinco.
e) 3 305	Tres mil trescientos cinco.

26 ¿Cómo se escriben las siguientes escrituras?

a) Seis mil cuatrocientos tres _____

b) Siete mil treinta _____

c) Cinco mil cinco _____

d) Ocho mil uno _____

27 Escribe los siguientes números:

a) 5C = _____

b) 3UM = _____

c) 2D = _____

d) 4U = _____

e) 8UM = _____

f) 76 U = _____

28 A los siguientes números, auméntales una unidad de millar.

a) 3 490: _____

b) 6 345: _____

c) 7 890: _____

d) 8 008: _____

e) 5 000: _____

f) 7 234: _____

29 Escribe el signo >, < o =, según corresponda.

4CM + 2DM + 7U ☐ 420 070

89 300 ☐ 8CM + 9DM + 3U

147 020 ☐ 100 000 + 40 000 + 20

4DM + 8UM + 6C ☐ 40 000 + 80 000 + 600

30 Escribe verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

a) 873 807 < 873 799 ( )

b) 745 006 > 743 009 ( )

c) 572 149 = 572 149 ( )

d) 810 043 < 810 903 ( )

e) 653 129 > 653 219 ( )

Autoevaluación

1 Completa los paréntesis con un número que sea una DECENA mayor que el número dado.

a) 567 ( )

b) 792 ( )

c) 3 053 ( )

d) 4 852 ( )

e) 93 200 ( )

2 Escribe el número que es una CENTENA menor que el número dado.

a) ( ) 467

b) ( ) 800

c) ( ) 1 009

d) ( ) 7 034

e) ( ) 7 009

f) ( ) 8 226

3 Encierra en un círculo el número que corresponde:

a) Mil trescientos cuarenta y cinco

1 286 1 293 1 345

b) Dos mil doscientos veintitrés.

2 128 2 223 2 133

c) Tres mil quinientos ochenta y dos.

2 582 3 932 3 482

d) Cinco mil ciento treinta y nueve.

5 439 5 139 5 339

e) Siete mil setecientos ochenta y tres.

7 483 7 683 7 783

4 Sean $a = 7$; $b = 3$ y $c = 9$.

Escribe al lado derecho el número que representan:

a) $\overline{abc}$ = _____

b) $\overline{aacb}$ = _____

c) $\overline{cbba}$ = _____

d) $\overline{bacc}$ = _____

e) $\overline{acbb}$ = _____

f) $\overline{bbca}$ = _____

5 Escribe >, < o =, según corresponda

- 476 ☐ 782
- 247 ☐ 240
- 295 ☐ 259
- 287 ☐ 278
- 984 ☐ 894
- 784 ☐ 784

6 Califica como verdadero (V) o como falso (F) las siguientes proposiciones:

a) 6DM = 60U ( ) b) 7C > 7UM ( )

c) 4DM < 5CM ( ) d) 4UM < 3DM ( )

e) 8UM = 3CM ( ) f) 1CM = 10DM ( )

7 ¿Cómo se leen estos números?

a) 2 856 _____

_____

b) 35 679 _____

_____

c) 28 890 _____

_____

2 Los números romanos, adición y sustracción en $\mathbb{N}$

A pesar de su uso muy limitado, conoceremos los números romanos. En esta unidad empezaremos dando uso a los números naturales mediante dos operaciones básicas: Adición y sustracción.

Enfoque búsqueda de la excelencia

Cumplimos con responsabilidad nuestras tareas

En la vida, cada ser humano tiene deberes y derechos. La responsabilidad de cada uno es cumplir con lo que le toca realizar en el campo y el contexto en que se encuentra. El hecho de cumplir cabal y responsablemente con nuestros deberes nos abrirá más posibilidades para exigir nuestros derechos.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Traduce problemas en expresiones de adición y sustracción, así como en operaciones combinadas de adición y sustracción.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Comunica su comprensión de los principios de la representación de los números romanos. Expresa su comprensión de las propiedades de la adición y sustracción.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Resuelve problemas de diversos contextos mediante las operaciones adición, sustracción y operaciones combinadas.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Argumenta la escritura de los números romanos. Explica las propiedades de las operaciones de adición y sustracción.

Números romanos

Números
hasta 99 999

Mauricio no se acordaba si Colón había llegado a América en 1492 o 1592, pero se acordaba de que fue en el siglo XV.

¿En qué año fue?

_____

VIDEO DE TEORÍA

El sistema de los números romanos se desarrolló en la antigua Roma y fue utilizado durante el apogeo del Imperio Romano.

Actualmente, tiene un uso muy limitado, prácticamente un uso decorativo, por ejemplo para nombrar los siglos, numerar los actos y escenas de una obra de teatro, en la designación de olimpiadas, congresos y certámenes, en la numeración de reyes, emperadores y papas, en inscripciones antiguas y en relojes antiguos.

Para escribir cualquier número en la numeración romana, se utilizan solo estas letras, combinándolas y ordenándolas.

Símbolo	Valor
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Resolviendo: (Problema introductorio)

¿Como saber a qué siglo pertenece un determinado año?

Año 405 → Siglo V

Cifra de centenas: 4 — Se suma 1 (4 + 1) — Total: 5

Año 1492 → Siglo XV

Cifra de centenas: 4 — Se suma 1 (14 + 1) — Total: 15

Historia

Los registros más antiguos del uso de números romanos se remontan al siglo VIII o IX a.n.e. Su uso disminuyó con la caída de Roma, en el siglo V d.n.e., pero pronto fueron sustituidos por los números arábigos.

Muchos opinan que los romanos no avanzaron mucho en matemáticas porque su sistema de numeración complicaba las operaciones.

Al principio, utilizaban una raya vertical por cada unidad y cada vez que llegaban a 10 trazaban una raya oblicua, lo que dio origen a X para representar el 10.

Aun así las representaciones eran muy largas, entonces alguien utilizó la V como la mitad de X para representar el 5. Así fue evolucionando hasta convertirse en un sistema aditivo, sustractivo y multiplicativo, lo cual explicaremos en este capítulo.

Reglas para la escritura de los números romanos

1. Los símbolos se escriben y leen de izquierda a derecha, de mayor a menor valor.

Romano	Decimal
VIII	5 + 3 = 8
XVII	10 + 5 + 2 = 17

2. Si se repiten símbolos iguales de forma consecutiva, se suman sus valores.

Romano	Decimal
II	1 + 1 = 2
XXX	10 + 10 + 10 = 30

3. Cuando se coloca un símbolo de menor valor a la izquierda de otro, se resta.

Romano	Decimal
IV	5 – 1 = 4
XL	50 – 10 = 40
XC	100 – 10 = 90

4. Cuando se coloca un símbolo de menor valor a la derecha de otro, se suma.

Romano	Decimal
VI	5 + 1 = 6
XV	10 + 5 = 15
CX	100 + 10 = 110

5. Los símbolos 5 y sus múltiplos (V, L, D) siempre suman y no pueden estar a la izquierda de uno de mayor valor.

Romano incorrecto	Romano correcto	Decimal
VL ✗	XLV ✓	45
VC ✗	XCV ✓	95

6. Se permiten a lo más tres repeticiones consecutivas del mismo símbolo.

Romano incorrecto	Romano correcto	Decimal
IIII ✗	IV ✓	4
LXXXX ✗	XC ✓	90

7. El símbolo I solo puede restar a V y a X.

El símbolo X solo puede restar a L y a C.

El símbolo C solo puede restar a D y a M.

Los símbolos V, L y D no se repiten.

Romano incorrecto	Romano correcto	Decimal
IL ✗	XLIX ✓	49
XD ✗	CDXCV ✓	495
LL ✗	C ✓	100

8. Una raya encima de un número romano indica que dicho número queda multiplicado por 1000. Si aparecen más rayas, por cada raya se multiplica por 1000.

Otra convención es la de poner un subrayado, en lugar de una doble raya para indicar la multiplicación por 1 000 000.

Romano	Decimal
$\overline{\text{III}}$	3 000
$\overline{\overline{\text{XC}}}$	90 000 000
$\underline{\text{CXXXII}}$	132 000 000

GENIOMATIC

Números ordinales

Los números naturales se emplean para contar los objetos y para indicar la posición que ocupa un elemento en una sucesión finita. Cuando se los emplea en la última forma, se denominan **números ordinales.**

Números ordinales			
1° - Primero	11° - Undécimo	21° - Vigésimo primero	200°- Ducentésimo
2° - Segundo	12° - Duodécimo	30° - Trigésimo	300°- Tricentésimo
3° - Tercero	13° - Décimo tercero	40° - Cuadragésimo	400° - Cuadringentésimo
4° - Cuarto	14° - Décimo cuarto	50° - Quincuagésimo	500° - Quingentésimo
5° - Quinto	15° - Décimo quinto	60° - Sexagésimo	600° - Sexcentésimo
6° - Sexto	16° - Décimo sexto	70° - Septuagésimo	700° - Septingentésimo
7° - Séptimo	17° - Décimo séptimo	80° - Octogésimo	800° - Octingentésimo
8° - Octavo	18° - Décimo octavo	90° - Nonagésimo	900° - Noningentésimo
9° - Noveno	19° - Décimo noveno	100° - Centésimo	1000° - Milésimo
10° - Décimo	20° - Vigésimo		2000° - Dosmilésimos

Nivel básico

1 **Escribe** en romanos los siguientes números:

a) 36 = ( )

b) 42 = ( )

c) 68 = ( )

2 **Escribe** en arábigos los siguientes números romanos:

a) XIV = ( )

b) XXXVIII = ( )

c) CLIX = ( )

3 **Escribe** en letras los siguientes números ordinales:

a) 8° ( )

b) 17° ( )

c) 25° ( )

4 **Relaciona** con una línea.

49°	XCIX
68°	XCIV
94°	XLIX
99°	LXVIII

5 **Escribe** cómo se leen los siguientes siglos:

Siglo IX _____

Siglo XVI _____

Siglo XIX _____

Siglo XX _____

Nivel intermedio

6 **Une** con una línea el año con el siglo al que corresponde.

1724	Siglo XIX
1234	Siglo XVIII
1824	Siglo XIII
1932	Siglo XX

7 **Escribe** en romanos los números:

a) 572

b) 956

c) 1 859

d) 2 548

8 **Escribe** en romanos los números:

a) Quinientos ochenta y tres

b) Mil trescientos cincuenta y dos

c) Veinticinco mil cuatrocientos treinta

d) Doscientos cuarenta y cinco mil setecientos noventa y ocho.

9 **Escribe** en arábicos:

a) $\overline{XC}$ =

b) $\overline{X}$ DXLII =

c) $\overline{XI}$ XC =

d) $\underline{V}$ C =

10 **Escribe** en romanos los números:

a) 5 000

b) 24 683

c) 100 678

Nivel avanzado

11 **Escribe** el siglo al que corresponden los siguientes años:

a) 789

b) 988

c) 1124

d) 1870

12 **Escribe** cómo se leen los siguientes números ordinales:

a) 18° _____

b) 25° _____

c) 48° _____

d) 864 _____

13 Una ciudad cumple 1293 años de fundación. ¿Cómo se denomina su aniversario?

14 Si un monumento histórico cumple Dosmilésimo sexcentésimo quincuagésimo séptimo aniversario, entonces, ¿hace cuántos años fue inaugurado?

Tarea

1 ¿Cómo se leen los números ordinales?

15°, 36°, 104°, 245°, 879°, 1583° y 2734°.

2 ¿A qué siglos corresponden los siguientes años?

35 ; 128 ; 568 ; 923 ; 1298 ; 1492 y 1920.

3 **Escribe** en números romanos:

45; 136; 348; 752; 1 492; 1583 y 2734.

4 ¿Cómo se leen los siguientes números romanos?

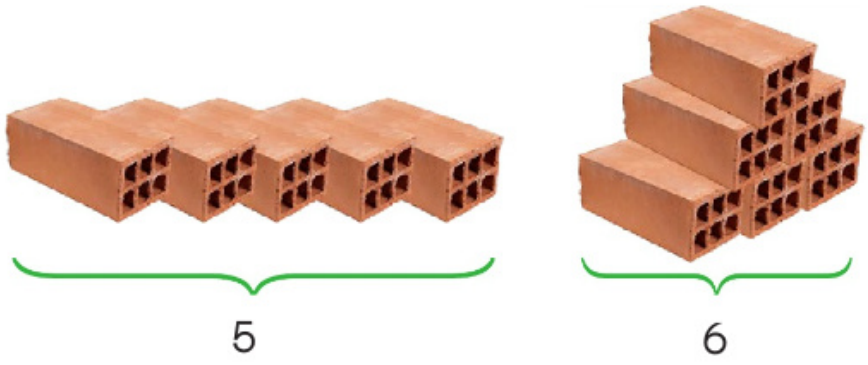
XXIV, XCIX, CCCXXXVIII; CDXLIX y MCCIV

Adición de números naturales

Números hasta 10 000

Entre los albañiles Pedro y Pablo deben asentar 900 ladrillos en el día. Si Pedro ya asentó 380 y Pablo, 365, ¿cuántos ladrillos faltan asentar para cumplir con la meta del día?

VIDEO DE TEORÍA



5 6

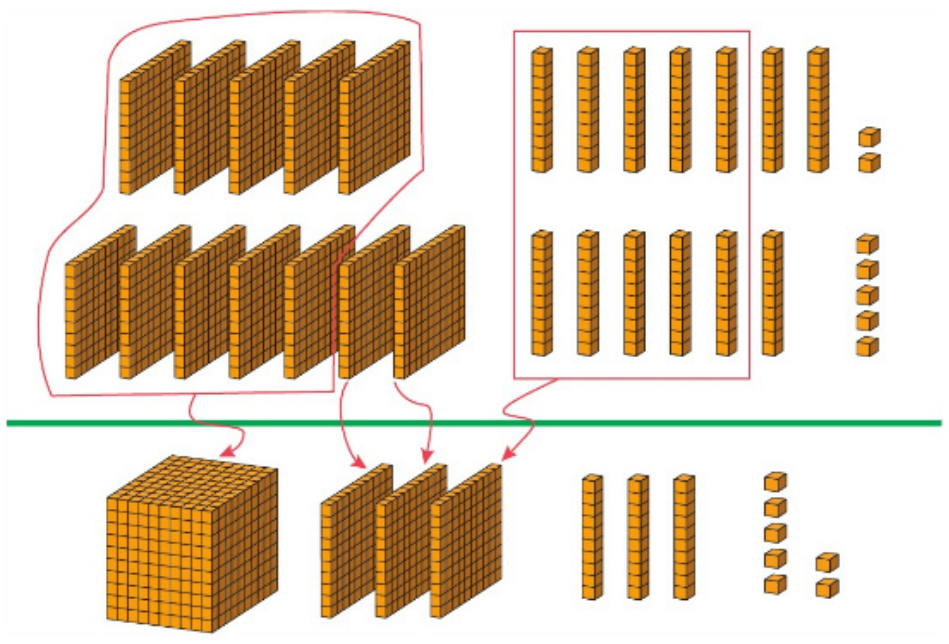
Tenemos dos grupos de ladrillos: En el primer grupo hay 5 y en el segundo, 6; la operación de adición nos da lo que resulta de contar todos los ladrillos, lo cual se expresa así:

$\underbrace{5 + 6}_{\text{Sumandos}} = 11 \leftarrow \text{Suma}$

En general: $\underbrace{a + b}_{\text{Sumandos}} = S \leftarrow \text{Suma}$

Algoritmo de la adición

Calculemos la suma de 572 + 765



UM	C	D	U
	5 ①	7	2
+	7	6	5
1	3	3	7

1

Ejemplo 1

Efectúa las operaciones de adición.

a) 35 + 15 = ____

b) 152 + 438 = ____

c) 403 + 365 = ____

Ejemplo 2

Efectúa las operaciones de adición.

a) 123 + 234 + 152 = ____

b) 245 + 467 + 135 = ____

c) 323 + 245 + 469 + 578 = ____

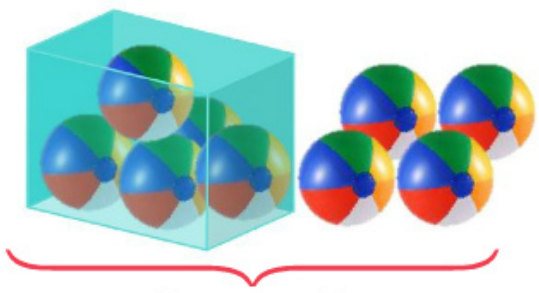
Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Propiedades de la adición de números naturales

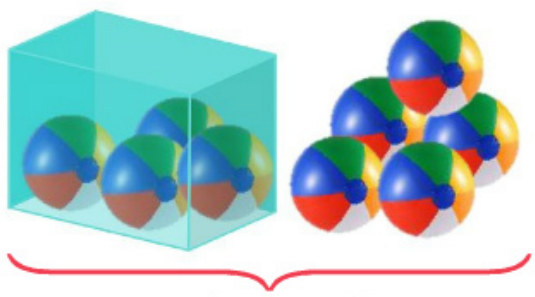
1. Propiedad de clausura o de cerradura

La suma de dos números naturales siempre es un número natural.
Lo anterior se comprueba en los ejemplos anteriores.

2. Propiedad conmutativa



5 + 4 = 9



4 + 5 = 9

Se puede sumar en cualquier orden, el resultado es el mismo:

$a + b = b + a$

Ejemplo 3

Relaciona con su equivalente:

35 + 17	65 + 43	91
53 + 38	38 + 53	52
43 + 65	17 + 35	108

Ejemplo 4

Efectúa las adiciones:

78 + 54	54 + 78	459 + 672	672 + 459

3. Propiedad asociativa

¿Cuál de las formas de sumar es mejor?

a) 796 + 428 + 572 = ☐

1224

1796

b) 796 + 428 + 572 = ☐

1000

1796

Cuando hay varios sumandos, podemos juntarlos en cualquier orden. El resultado es el mismo.

En general, se asocia convenientemente para facilitar la operación.

$(a + b) + c = a + (b + c)$

Ejemplo 5

Suma los números de cada grupo, asociando convenientemente:

72 69 91 9 28 31	Suma ☐
152 189 137 48 63 211	Suma ☐

4. Elemento neutro

Cualquier número sumado con cero da el mismo: $a + 0 = 0 + a = a$

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Sustracción de números naturales

Ejemplo 6

¿Qué número va en el recuadro para que se cumpla la igualdad? **Completa.**

- 10 = 7 + ☐
- 20 = 12 + ☐
- 15 = 9 + ☐
- 35 = 17 + ☐

El problema planteado a la izquierda equivale a realizar estas operaciones:

- 10 – 7 = 3
- 20 – 12 = ☐
- 15 – 9 = ☐
- 35 – 17 = ☐

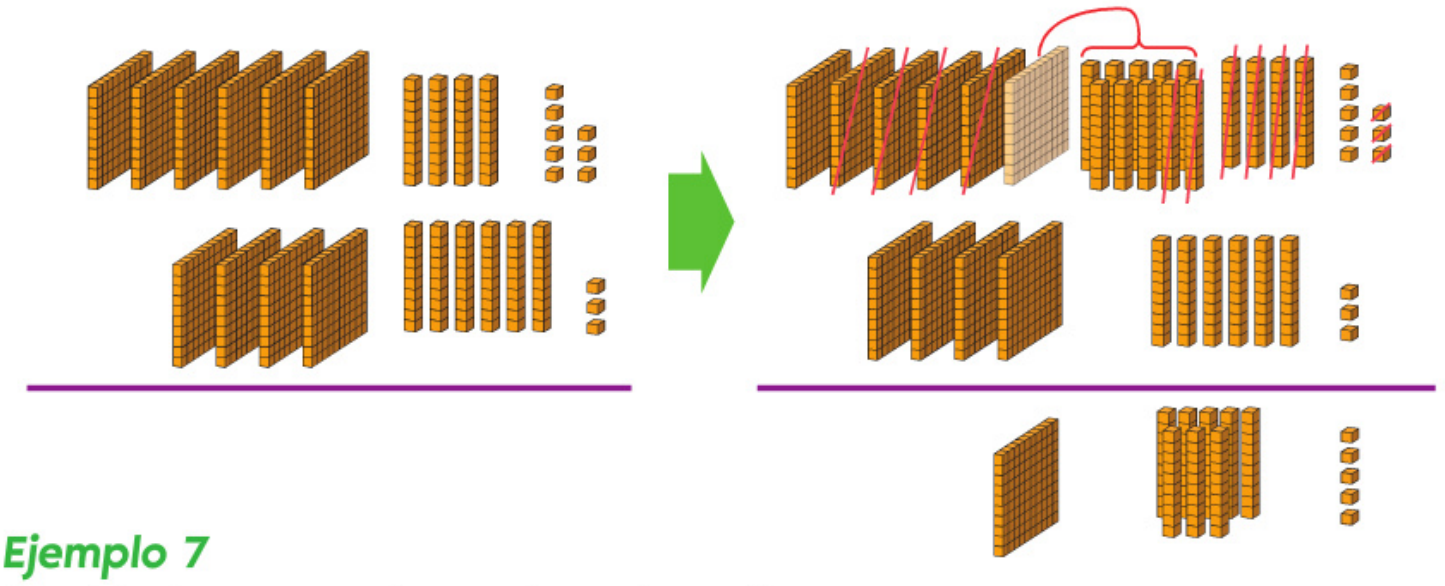
La sustracción es la operación inversa a la adición. Consiste en, dados dos números llamados **minuendo** y **sustraendo,** buscar otro llamado **diferencia**, tal que sumado con el sustraendo sea igual al minuendo.

Minuendo → M – S = D ⇔ M = S + D

Sustraendo ↑ ; Diferencia ↑

Algoritmo de la sustracción

Calculemos la diferencia de 648 – 463.



	C	D	U
	6 (-1)	(10) 4	8
–	4	6	3
	1	8	5

Ejemplo 7

Efectúa las operaciones de sustracción:

a) 35 – 15 = ☐
b) 45 – 20 = ☐
c) 60 – 40 = ☐
d) 678 – 435 = ☐
e) 668 – 406 = ☐
f) 875 – 632 = ☐
g) 832 – 481 = ☐
h) 635 – 278 = ☐
i) 703 – 548 = ☐

Nivel básico

1 **Haz** corresponder las operaciones que dan resultados iguales.

24 + 25	42 + 37
37 + 42	43 + 44
44 + 43	42 + 53
53 + 42	25 + 24

2 **Haz** corresponder las operaciones que dan resultados iguales.

34 + 26	67 + 33
35 + 27	23 + 37
54 + 46	60 + 90
63 + 87	21 + 41

3 **Haz** corresponder las operaciones que dan resultados iguales.

74 – 66	38 – 26
65 – 53	85 – 67
84 – 66	91 – 55
93 – 57	71 – 63

4 Un bus llevó 55 pasajeros en la mañana, 45 pasajeros en la tarde y 35 pasajeros en la noche. ¿Cuántos pasajeros llevó en total?

5 Mario tiene 245 soles y Gloria tiene 87 soles menos. ¿Cuánto tienen entre los dos?

Nivel intermedio

6 En Jauja sembraron 2 792 hectáreas de trigo, en Tarma 1 634 hectáreas y en Orcotuna 732 hectáreas. ¿Cuántas hectáreas de trigo se sembraron en total?

7 En la semana ecológica de mi escuela se acordó reciclar 672 kilos de papel. Si faltan 287 kilos para llegar a la meta, ¿cuántos kilos ya se reciclaron?

8 Mariana ha comprado un buzo en 72 soles. Si planea vender ganando 38 soles, ¿en cuánto lo venderá?

9 El cumpleaños de Carmen es dentro de 27 días. Cuando falten 8 días irá de compras a Lima. ¿Dentro de cuántos días irá?

10 Flavio tiene ahorrados 1900 soles y su esposa, 985 soles. Si reciben un préstamo de 2000 soles, ¿cuánto dinero tienen los esposos?

GENIOMATIC

Nivel avanzado

11 Daniela compra una computadora a S/. 1340 y una impresora a S/. 685. Si tenía S/. 3000 ahorrados, ¿cuánto dinero le queda?

12 Un comerciante tenía 3586 latas de conserva. Si vendió 2864 latas y llevó a su casa 53 latas, ¿cuántas latas le quedan en el depósito?

13 Julián tiene 1356 soles para comprar una guitarra eléctrica. Si consigue un descuento de 200 soles y aun así le faltan 254 soles, ¿cuánto cuesta la guitarra?

14 Fabio, Luciana y Ricardo formaron una empresa. Fabio puso 4560 soles de capital, Luciana puso 470 soles más que Ricardo y éste puso 830 soles menos que Fabio. ¿Con cuánto de capital formaron la empresa?

Tarea

1 Elio tiene 12 años. ¿Qué edad tendrá dentro de 7 años?

2 Aldo tiene 48 soles y Donato, 12 soles menos. ¿Cuánto tienen entre los dos?

3 Un camión lleva 4800 kg de carga. Luego de descargar 3400 kg pasa por el pesaje y tiene 4650 kg. ¿Cuánto pesa el camión?

4 ¿Cuánto le falta a 3498 para que exceda en 2875 a 3172?

Adición y sustracción
números hasta 10 000

Operaciones combinadas de adición y sustracción

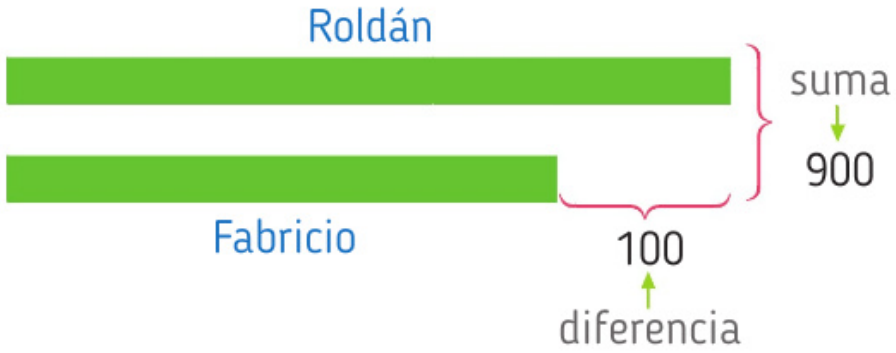
Los hermanos Roldán y Fabricio quieren comprar una moto que cuesta 900 soles. Roldán, por ser el mayor, pondrá 100 soles más que Fabricio.

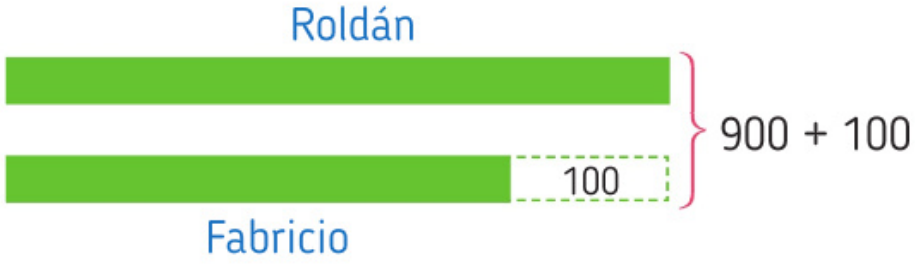
¿Cuánto pondrá cada uno?

VIDEO DE TEORÍA

Resolviendo: (Problema introductorio)

Para resolver el problema representemos gráficamente lo que pondrá cada uno:





- Roldan pone: $(900 + 100) \div 2 = 500$
  (suma, diferencia)
- Fabricio pone: $(900 - 100) \div 2 = 400$
  (suma, diferencia)

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Cómo hallar dos números cuya suma y cuya diferencia se conocen

$$\text{Número mayor} = \frac{\text{Suma} + \text{Diferencia}}{2}$$

$$\text{Número menor} = \frac{\text{Suma} - \text{Diferencia}}{2}$$

Ejemplo 1

Entre María y Pilar tienen 120 soles. Si María tiene 20 soles más que Pilar, ¿cuánto tiene cada una?

Ejemplo 2

En una granja hay 200 aves, entre pavos y gallinas. Si hay 100 gallinas más que pavos, ¿cuántas aves hay de cada especie?

GENIO MATIC

Serie aritmética

Sucesión aritmética: 5; 8; 11; 14; 17; 20; 23; 26

+3 +3 +3 +3 +3 +3 +3

Serie aritmética: 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 26

Ejemplo 3

Formula con tus propios términos la diferencia entre sucesión y serie.

Propiedad de la serie aritmética

Observa las dos formas de obtener la suma de la serie:

6 + 8 + 10 + 12 + 16 + 18 + 20 + 22

28
28
28
28

Suma = 112

6 + 8 + 10 + 12 + 16 + 18 + 20 + 22

22 + 20 + 18 + 16 + 12 + 10 + 8 + 6

28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 = 224

Como cada número se ha sumado dos veces, la suma de la serie es la mitad de 224: 112

La suma de los términos equidistantes del centro son iguales.

Suma de los *n* primeros números naturales

S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8

S = 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1

2S = 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 8×9

8 veces

2S = 8×9

Último número — Posterior del último número

$S = \frac{8 \times 9}{2}$

S = 36

Ejemplo 4

Calcula la suma de las siguientes series:

a) 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 9 + 10

b) 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 17 + 18

Orden de prioridad de las operaciones

Las operaciones de adición se efectúan de izquierda a derecha. También se puede operar agrupando convenientemente. Cuando hay signos colectores o de agrupación, como ( ), [ ], { }, se efectúan primero las operaciones entre signos colectores.

- A = 17 + 25 – 7 = 35

  42

- A = 17 + 25 – 7 = 35

  A = 17 – 7 + 25 = 35

  10

- B = 32 – [17 – (29 – 14)]

  B = 32 – [17 – (15)]

  B = 32 – [2] = 30

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Nivel básico

1 Un edificio tiene 79 ventanas. Hay 38 ventanas abiertas. ¿Cuántas ventanas están cerradas?

2 Emilia compró una chompa en 135 soles. Ella piensa venderla ganando 54 soles. ¿En cuánto la debe vender?

3 En una calle había 42 casas. Ahora hay 91. ¿Cuántas casas nuevas se han construido?

4 Ana estaba viajando por la Panamericana Sur. A las 12 del día pasó por el kilómetro 275 y media hora más tarde estaba en el kilómetro 313. ¿Cuántos kilómetros recorrió en media hora?

5 En las montañas había 167 tarucas. Después de un año hemos contado 205. ¿Cuántas tarucas han nacido?

Nivel intermedio

6 Un hotel tiene 98 habitaciones. Este fin de semana se han ocupado 64. ¿Cuántas habitaciones quedan libres?

7 Calcula la suma de los números de la distribución.

1
2 3
4 5 6
7 8 9 10
11 12 13 14 15

8 A Fernanda le dejaron la tarea de sumar los números naturales desde 1 hasta 40. ¿Cuál es la suma?

9 Marco decidió ahorrar durante el mes de junio, empezando con 1 sol el 1° día, 2 soles el 2° día, 3 soles el 3°, y así sucesivamente. ¿Cuánto ahorró durante el mes?

10 Paola y Miguel participaron en la bicicleteada que organizó la municipalidad de su distrito. Paola recorrió 72 kilómetros y Miguel, 12 kilómetros más. ¿Cuántos kilómetros recorrieron entre los dos?

11 En la fiesta del colegio había 96 niños y niñas. Si había 16 niñas más que niños, ¿cuántos había de cada género?

Nivel avanzado

12 Pamela y su perrito se pesan en una balanza y el peso resulta 56 kg. Si Pamela pesa 50 kilos más que su perrito, ¿cuánto pesa éste?

13 Maura e Isabel están separadas 560 metros. Parten simultáneamente al encuentro, el cual se produce cuando Maura ha recorrido 60 metros más que Isabel. ¿Cuántos metros recorre cada una?

14 Amalia se ha propuesto correr 800 m por día. Un día se puso a descansar en un punto de su trayecto, habiendo recorrido 100 metros más de lo que le faltaba. ¿Cuántos metros le faltaba recorrer para cumplir con su meta?

Tarea

1 **Calcula** la suma de las siguientes series:

a) 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 24

b) 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 32

c) 11 + 12 + 13 + ... + 30

2 **Completa** el cuadro, donde S es la suma de *a* y *b* y D, la diferencia.

S	60	72	120	237	360	471
D	10	42	20	123	110	175
a	35					
b	25					

Reforzando - Unidad 2

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 ¿Cuál de estas igualdades es incorrecta?

A) VC = 95 B) XCIX = 99
C) CD = 400 D) DC = 600

2 Un colegio cumple 324 años de vida institucional. Su aniversario se denomina:

A) Treintagésimo vigésimo cuarto
B) Tricentésimo veintegésimo cuarto
C) Tricentésimo vigésimo cuarto
D) Tricentésimo ventésimo cuarto

3 En el año 919 se usó por primera vez armas de fuego en China. ¿A qué siglo corresponden este hecho?

A) Siglo VIII B) Siglo XI
C) Siglo IX D) Siglo X

4 El Virreinato del Perú se inició con la instauración del primer virrey, Blasco Núñez Vela, el 1 de mayo de 1534, y se prolongó hasta 1824.

De lo anterior podemos afirmar que:

I. El virreinato del Perú se inició en siglo XVI.

II. El virreinato del Perú terminó en el siglo XVIII.

III. El Perú estuvo sometido al dominio español durante 3 siglos.

A) Solo I B) I y II
C) I y III D) I y III

5 En la feria dominical, Omar y Fanny vendieron algunas frutas en la mañana. Durante la tarde, vendieron 53 manzanas. Al finalizar el día vendieron 120 frutas. ¿Cuántas frutas vendieron Omar y Fanny en la mañana?

A) 53 frutas B) 67 frutas
C) 120 frutas D) 173 frutas

6 ¿Cuántos segmentos hay en esta secuencia?

A) 28 B) 36 C) 32 D) 45

7 Gerónimo quiere comprar una bicicleta de 960 soles. Le prestaron 200 soles y con los ahorros que tiene no es suficiente para comprar la bicicleta. Todavía le faltan 235 soles. ¿Cuál es su ahorro?

A) S/. 425 B) S/. 515
C) S/. 525 D) S/. 535

8 Don Alberto participó en una feria gastronómica. Él ha preparado una torta de chocolate de 86 cm de longitud. Si redujera la longitud en 12 cm, tendría la misma longitud de torta que preparó su amigo Mario. ¿Cuánto mide la torta que preparó Mario?

A) 100 cm B) 98 cm
C) 86 cm D) 74 cm

9 La madre de Luis tiene un sueldo de S/. 1230. Ella gana S/. 150 más que el esposo. ¿Cuál es el sueldo del papá de Luis?

A) S/. 1 080 B) S/. 1 230
C) S/. 1 350 D) S/. 1 380

10 El aula de Víctor ha recolectado 280 kilogramos de papel. El aula de Hernán recolectó 90 kilógramos menos que el aula de Víctor. ¿Cuántos kilógramos de papel recolectó el aula de Hernán?

A) 370 kilógramos de papel
B) 210 kilógramos de papel
C) 190 kilógramos de papel
D) 109 kilógramos de papel

11 Una ciudad cumple este año el septingentésimo quincuagésimo noveno aniversario de su fundación. Entonces fue fundado en el siglo:

A) XI B) XII C) XIII D) XIV

12 Una ciudad cumple este año el noningentésimo octogésimo cuarto aniversario de su fundación. Entonces fue fundado en el siglo:

A) IX B) X C) XI D) XII

13 ¿Cuántos de los siguientes números romanos están correctamente escritos?

a) XC = 90 b) XXXL = 80
c) XIX = 19 d) VC = 95

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

14 La cultura chanca o chanka fue una cultura que se extendió en los territorios actuales de Ayacucho, Apurímac y Huancavelica entre los años 1200 y 1440 d. C. Entonces se desarrolló entre los siglos:

A) XII y XIV B) XIII y XIV
C) XIII y XV D) XII y XV

15 Tras la llegada de los españoles, en 1531, Pizarro fundó Lima en 1534 y el siguiente año fundó Cusco sobre la ciudad Inca.

El dominio español terminó con el último Virrey José de la Serna, en 1824.

De lo anterior se concluye:

I. Los españoles llegaron en el siglo XV.
II. La fundación española del Cusco fue en el siglo XVI.
III. El dominio español terminó en el siglo XIX.

A) Solo I B) I y II
C) II y III D) I y III

16 ¿Cuál es la suma de los 25 primeros números naturales empezando de 1?

A) 285 B) 325 C) 330 D) 650

17 La cultura Caral se desarrolló entre 3000 y 1800 a. C., fue contemporánea de otras civilizaciones primigenias como las de Egipto, India, Sumeria, China, pero a diferencia de ellas (que intercambiaron sus logros), se desarrolló en completo aislamiento. Entonces, la Cultura caral se desarrolló durante:

A) 10 siglos B) 120 siglos
C) 12 siglos D) 13 siglos

18 En el almacén de un depósito hay 2 890 botellas de agua con gas y 930 botellas menos de agua sin gas. ¿Cuántas botellas de agua hay en total?

A) 4 850 botellas de agua
B) 3 820 botellas de agua
C) 2 960 botellas de agua
D) 1960 botellas de agua

19 Un collar tiene 84 bolas de dos colores. Si hay 12 bolas azules más que rojas, ¿cuántas bolas azules tiene el collar?

A) 48 bolas azules B) 49 bolas azules
C) 50 bolas azules D) 52 bolas azules

20 Entre Sergio y María tienen 150 soles. María tiene 10 soles más que Sergio. ¿Cuánto tiene Sergio?

A) S/. 80 B) S/. 85
C) S/. 75 D) S/. 70

21 El ahorro de Fanny excede al de su esposo en 200 soles. Si entre los dos tienen ahorrados 2460 soles, ¿a cuánto asciende el ahorro de Fanny?

A) S/. 1230 B) S/. 1130
C) S/. 1320 D) S/. 1330

22 En dos depósitos de un almacén hay 2400 cajas de conservas. El administrador ordenó a los empleados que trasladen 200 cajas del depósito 1 al 2, para que en ambos haya la misma cantidad de cajas. ¿Cuántas cajas de conservas hay en el depósito 1?

A) 1200 B) 1400
C) 1300 D) 1450

23 Une con una línea el año con el siglo al que corresponde.

1529	Siglo XIX
2020	Siglo XX
1980	Siglo XXI
1840	Siglo XVI

24 Une con una línea los números iguales.

378	MCCCLVII
496	MMDLXVII
1357	CDXCVI
2567	CCCLXXVIII

25 Los Reyes Magos le trajeron a María un juego con 134 cubos para hacer construcciones, pero ha perdido 37 cubos. ¿Cuántos cubos le quedan?

26 En mi cumpleaños compré 84 gorritos y vinieron 120 amiguitos. ¿Cuántos se quedaron sin gorrito?

27 En una pista de esquí hay 84 esquiadores. En otra hay 96. ¿Cuántos esquiadores más hay en la segunda pista?

28 Para hacer un trabajo de clase, Felipe ha usado 56 hojas de papel y Luisa ha usado 12 más. ¿Cuántas hojas de papel usaron entre los dos?

29 Cuando entramos, en la panadería había 19 personas esperando. Ahora hay 37 a pesar de que ya atendieron a 9. ¿Cuántas personas entraron a la panadería después de nosotros?

30 En el zoológico de Villa Arriba hay 267 animales. En el de Villa Abajo hay 69 animales más. ¿Cuántos animales hay en los dos zoológicos?

31 Entre Ana y María comienzan una colección de cromos. En el álbum hay 25 cromos pegados. Ana lleva 36 y María aporta 32. ¿Cuántos cromos tienen ahora?

32 En el laboratorio tenemos 46 animales disecados y 57 muestras de roca. Han traído 19 animales a restaurar y 37 piedras para estudiarlas. ¿Cuántos animales y cuántas piedras hay ahora?

33 En el desierto había 48 camellos. Cuando se retiraban un grupo de camellos, llegaron 36 camellos, de modo que ahora hay 54 camellos. ¿Cuántos camellos se retiraron en el grupo?

34 En un concurso de TV, tres concursantes intentan acertar el número de caramelos en una caja. Uno dice 260, otro 274 y otro 234. Sabemos que un concursante se equivocó en 9, otro en 17 y otro en 31. ¿Cuál es el número de caramelos en la caja?

35 Como todo el mundo sabe, 3 + 2 = 5 , pero la suma que te mostramos es algo diferente, ya que cada letra representa a una cifra distinta. Si la cifra S vale 8, ¿cuánto vale la N?

```
  TRES+
   DOS
  ----
  CINCO
```

36 Ana escribió un cuento de 2340 palabras en dos partes. En la primera parte utilizó 120 palabras más que en la segunda parte. ¿Cuántas palabras tiene cada parte?

37 La escalera que lleva del primer piso al último piso de un edificio tiene 420 peldaños. Carlos está en el primer piso y Claudia en el último. Ambos empiezan a recorrer al encuentro a través de las escaleras y se encuentran cuando Claudia había bajado 24 peldaños más que Carlos. Cuántos peldaños recorrió cada uno?

Autoevaluación

1 ¿A qué siglo corresponde cada año?

Año	Siglo
624	Siglo VIII
734	Siglo XIII
1137	Siglo VII
1283	Siglo XII

2 Escribe en números romanos:

578 _____

729 _____

1204 _____

1893 _____

2376 _____

3 Escribe cómo se leen los siguientes números ordinales.

68° _____

_____

146° _____

_____

793° _____

_____

1538° _____

_____

2879° _____

_____

4 En un juego, Marta ha conseguido una puntuación de 9 decenas y 2 unidades, y su amiga María, 7 decenas y 9 unidades. ¿Cuál de las dos tiene más puntos? ¿Cuántos más?

5 Si Margarita le diera 36 soles a Gisela, ambas tendrían la misma suma. Si entre las dos tienen 400 soles, ¿cuánto tiene cada una?

6 Durante el mes de julio, Juliana se propuso ahorrar en la siguientes forma: El primer día 1 sol y cada día siguiente un sol más que el día anterior hasta el último día del mes. ¿Cuánto logró ahorrar?

3 Multiplicación y división en $\mathbb{N}$

Dos operaciones muy importantes para los cálculos y la resolución de problemas matemáticos. Es importante dominar estas dos operaciones ya que nos facilitará nuestro aprendizaje.

Enfoque ambiental

Respetamos el medio ambiente evitando la contaminación

Vivimos en un espacio con el que interactuamos permanentemente. Si afectamos con nuestro accionar, este medio se enfermará y alterará nuestra vida. Por eso tenemos el deber de cuidarlo evitando la contaminación, cuidando el agua, reciclando la basura, plantando árboles, evitando quemar cosas y usando racionalmente la tecnología.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Traduce problemas en expresiones de multiplicación, división y potenciación.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa su comprensión de la multiplicación como una adición abreviada. Expresa su comprensión del algoritmo de la división.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Usa métodos abreviados para realizar operaciones de multiplicación y división en la resolución de problemas contextualizados.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Explica las operaciones de multiplicación y división como operaciones inversas.

Adición y sustracción

Multiplicación

Graciela tiene tres vacas lecheras. Cada una produce diariamente 38 litros de leche.

¿Cuántos litros de leche por día obtiene Graciela?

VIDEO DE TEORÍA

El problema se puede resolver sumando: $\underbrace{38 + 38 + 38}_{\text{3 veces}} = 114$

Si se tratara de muchas vacas, esta forma de resolver no sería apropiada. Precisamente la operación que reemplaza la suma de varios números iguales es la multiplicación:

$$38 + 38 + 38 = 3\times38 = 114$$

En general: $\underbrace{m + m + m + ... + m}_{\text{M sumandos}} = M\times m = P$ ← Producto

Factores

Multiplicador

Multiplicando

Signos de la multiplicación

$a\times b = a\cdot b = (a)(b) = ab$

Ejemplo 1

Completa las tablas.

×	2	3	4	5	6	7
2	4	6				
3						
4						
5						

×	4	5	6	7	8	9
6	24	30				
7						
8						
9						

Algoritmo de la multiplicación

Supongamos que son 273 vacas lecheras produciendo cada una 38 litros de leche por día. ¿Qué cantidad de leche producirían en total? Para averiguar debemos multiplicar 273×38.

Observa cómo se efectúa.

UM	C	D	U	
	2	7	3	×
		3	8	
2	1	8	4	

UM	C	D	U	
	2	7	3	×
		3	8	
2	1	8	4	
8	1	9		

UM	C	D	U	
	2	7	3	×
		3	8	
2	1	8	4	+
8	1	9		
1	0	3	7	4

Ejemplo 2

Efectúa las multiplicaciones:

- $\begin{array}{r} 245 \times \\ 6 \\ \hline \end{array}$
- $\begin{array}{r} 462 \times \\ 62 \\ \hline \end{array}$
- $\begin{array}{r} 785 \times \\ 79 \\ \hline \end{array}$
- $\begin{array}{r} 6818 \times \\ 85 \\ \hline \end{array}$

Multiplicación por 10; 100; 1000

Para multiplicar cualquier número por 10, basta agregarle un cero a la derecha.

617×10 = 6170

Para multiplicar cualquier número por 100, basta agregarle dos ceros a la derecha.

285×100 = 28500

Para multiplicar cualquier número por 1000, basta agregarle tres ceros a la derecha.

371×1000 = 371000

Ejemplo 3

Completa los casilleros en blanco:

- 6 →(×2) ☐ →(×3) ☐ →(×10) ☐
- 8 →(×3) ☐ →(×4) ☐ →(×100) ☐

Propiedades de la multiplicación

1. Propiedad de clausura o cerradura

El producto de dos números naturales siempre es otro natural.

2. Conmutativa

¿En cuál de los grupos hay más mariquitas?

4×5 = 20

5×4 = 20

No importa el orden en que se multipliquen dos factores, el producto es el mismo.

3. Propiedad asociativa

A Antonio y Fabio le dieron a multiplicar

43×25×4

- Antonio multiplicó así:

(43×25)×4 = 4300

1075

- Fabio multiplicó así:

43×(25×4) = 4300

100

¿Cuál de los procedimientos es más conveniente?

El modo como se asocien los factores para multiplicar no cambia el producto.

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

Elemento neutro

El elemento neutro de la multiplicación es 1. Cualquier número multiplicado por 1, es el mismo.

- 23×1 = 23
- 6 792×1 = 6 972

Elemento absorbente

El elemento absorbente de la multiplicación es 0. Cualquier número multiplicado por 0, es cero.

- 46×0 = 46
- 7 819×0 = 0

Nivel básico

1 **Calcula** el valor de N.

2 **Calcula** el valor de P.

3 **Efectúa** las siguientes operaciones:

- 48×10 =
- 37×100 =
- 63×1000 =

4 **Calcula** A×B, donde:

A = 1 458 + 1 672 y B = 983 – 956

5 Calcula: M = 8 + 8 + 8 + ... + 8.

37 veces

6 El capitán Suárez hizo formar a sus soldados en 8 columnas de 15 soldados cada una. ¿Cuántos soldados tiene el capitán Suárez?

Nivel intermedio

7 En un juego, Sara ha obtenido 23 puntos, Manuel el triple de Sara y Cristina el doble que Manuel. ¿Cuántos puntos ha obtenido Cristina?

8 Julia tiene 24 cajas de conservas. Si cada caja contiene 48 latas de conservas, ¿cuántas latas tiene en total?

9 Para salir de excursión con los alumnos y profesores de un colegio, contrataron 17 buses. Si en cada bus han viajado 45 personas, ¿qué población del colegio salió de excursión?

10 Un tren de pasajeros cuenta con 8 vagones. Cada uno de los 5 primeros tiene capacidad para 45 pasajeros mientras que los restantes, para 65 pasajeros. ¿Cuál es la capacidad del tren?

11 Anselmo compra 15 docenas de lapiceros. Si le regalan 3 lapiceros por cada docena, ¿cuántos recibió en la compra?

12 En una empresa trabajan 48 empleados, cada uno con un sueldo de 1800 soles. ¿Cuál es el importe que gasta la empresa en el pago de los empleados?

Nivel avanzado

13 ¿Cuántas docenas de globos se pueden comprar con S/. 1728, si cada docena cuesta S/. 18?

14 Elena trabaja en una librería. En un mes ha vendido 136 colecciones de cuentos infantiles a S/. 78 cada colección. ¿Cuánto dinero ha obtenido?

15 Para vender en la feria escolar, Ofelia ha comprado 38 docenas de cuadernos y Mariano, 47 decenas de cuadernos. Ambos venden todos ganando 4 soles por cuaderno. ¿Cuál es la ganancia de cada uno?

16 Don Emilio tiene 36 vacas lecheras en su granja, y cada una da 38 litros de leche por día. ¿Cuántos litros de leche obtiene don Emilio a la semana?

17 Ernesto ha viajado en su coche durante 7 horas. En las primeras 3 horas viajó a 80 kilómetros por hora y el resto del tiempo ha 90 kilómetros por hora. ¿Qué distancia a viajado?

Tarea

1 Rebeca y Susana son hermanas. Rebeca tiene 12 años, Susana tiene el doble de años que Rebeca. ¿Cuántos años más tiene Susana que Rebeca?

2 Raúl tiene una colección de 36 libros de aventuras y 28 de ciencia ficción. Cada libro tiene 208 páginas. ¿Cuántas páginas tienen en total los libros?

3 Una comunidad ha plantado 128 filas de pinos con 45 pinos por fila. ¿Cuántos pinos plantaron en total?

4 Miguel compró 285 polos a 12 soles cada uno y los ha vendido a 18 soles cada polo. ¿Cuánto ganó en esta operación, si perdió 50 soles en gastos de venta?

División

Multiplicación y sustracción

Sergio tiene que despachar 192 botellas de aceite en cajas de 12 botellas.

¿Cuántas cajas necesita?

VIDEO DE TEORÍA

Un modo de resolver el problema es, de las 192 botellas, ir retirando 12 por vez:

12

1° vez: 192 – 12 = 180
2° veces: 180 – 12 = 168
3° veces: 168 – 12 = 156
4° veces: 156 – 12 = 144
.....

Cuando hayamos retirado 16 veces ya no queda nada:

192 – 12×16 = 0

De donde: 192 = 12×16

La división es la operación inversa a la multiplicación. Consiste en, dados dos números, llamados dividendo y divisor, encontrar un tercero, llamado cociente, que multiplicado por el divisor sea igual al dividendo.

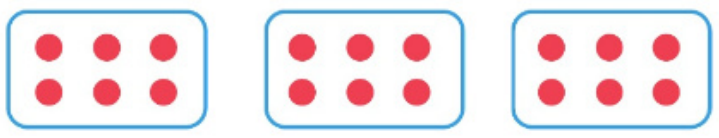
192÷12 = 16 ← Cociente
Dividendo → Divisor

División de números naturales

En el colegio de Ofelia hay dos secciones de cuarto grado. En la sección A hay 18 alumnos y en la sección B, 20.

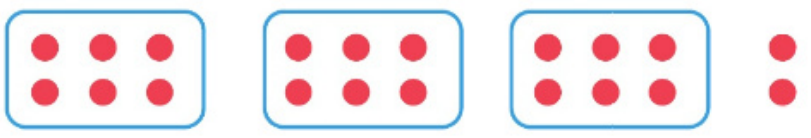
Para elaborar el periódico mural por el aniversario del colegio, deben formar grupos de 6 alumnos. ¿Cuántos grupos se forman en cada sección?

Sección A



Se forman 3 grupos de 6.

Sección B



Se forman 3 grupos de 6 y sobran 2.

La operación que consiste en averiguar el número de grupos que se puede formar con una cantidad, se llama división; es exacta cuando se forman grupos exactos e inexacta, cuando se queda un resto. **Observa** cómo se expresan estas divisiones.

División exacta

18	6
18	3
0	

⇒ 18 = 3×6

División de 18 entre 6:

- Dividendo: 18
- Divisor: 6
- Cociente: 3
- Residuo: 0

División inexacta

20	6
18	3
2	

⇒ 20 = 3×6 + 2

División de 20 entre 6:

- Dividendo: 18
- Divisor: 6
- Cociente: 3
- Residuo: 2

Ejemplo 1

Efectúa las divisiones:

- $35 \mid 5$
- $48 \mid 7$
- $48 \mid 5$
- $86 \mid 9$

Algoritmo de la división

Efectuemos la división de 4509 entre 12: ➡ $4509 \mid 12$

1. Como 4 < 12, dividimos 45÷12 = 3

$$\begin{array}{r|l} 4509 & 12 \\ \underline{36} & 3 \\ 9 & \end{array}$$

2. Bajamos el 0 y dividimos 90÷12 = 7

$$\begin{array}{r|l} 4509 & 12 \\ \underline{36} & 37 \\ 90 & \\ \underline{84} & \\ 6 & \end{array}$$

3. Bajamos el 9 y dividimos 69÷12 = 5

$$\begin{array}{r|l} 4509 & 12 \\ \underline{36} & 375 \\ 90 & \\ \underline{84} & \\ 69 & \\ \underline{60} & \\ 9 & \end{array}$$

➡ $4509 = 12 \times 375 + 9$

El algoritmo de la división culmina cuando el último residuo es menor que el divisor y ya no hay cifra que bajar para seguir dividiendo.

De lo anterior se deduce que el residuo no puede ser mayor que el divisor: Residuo < Divisor

Ejemplo 2

Efectúa las divisiones.

- $873 \mid 6$
- $6328 \mid 9$
- $8\,327 \mid 15$
- $24\,189 \mid 51$

Nivel básico

1 ¿Cuál es el resto de dividir 327÷13?

2 **Calcula** el dividendo de una división cuyo divisor es 25, el cociente 18 y el residuo máximo.

3 ¿Cuál es el resto de dividir 3248 entre 46?

4 **Calcula** el dividendo de una división sabiendo que el divisor es 21, el cociente 35 y el residuo 10.

5 Una granja avícola produce 3 485 pollos, que serán transportados en jabas de 15 pollos. ¿Cuántas jabas se necesitan si los pollos sobrantes van en una jaba?

6 Marco ha vendido 12 televisores al mismo precio, por un monto de 10 200 soles. ¿A qué precio vendió cada televisor?

Nivel intermedio

7 Si se embolsan 675 naranjas de 6 en 6, ¿cuántas bolsas se utilizan y cuántas naranjas sobran?

8 Ángela tiene una deuda de S/. 1425. Si decide pagar en cuotas iguales durante los próximos quince meses, ¿cuál será la cuota mensual?

9 En un colegio hay 325 alumnos distribuidos en 13 aulas de igual número de alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en cada aula?

10 Se desea embalar 2568 jabones en barra en cajas de 45 jabones. ¿Cuántas cajas se necesitan y cuántos jabones sobran?

11 Antonio tiene 896 pescados. En una canasta coloca 346 y el resto lo distribuye en 5 cajas iguales. ¿Cuántos pescados pone en cada caja?

12 Al dividir un número entre 24, el residuo y el divisor resultan consecutivos y el cociente 26. ¿Cuál es el número?

Nivel avanzado

13 Un grupo de 48 alumnos contrata un bus por S/. 576 para visitar un museo. Si la entrada al museo vale S/. 4 por persona, ¿cuánto debe gastar cada alumno?

14 Un automóvil consume un galón de gasolina para recorrer 38 kilómetros. El galón de gasolina cuesta 13 soles. ¿Cuántos galones de gasolina gasta para recorrer 152 kilómetros y cuánto gasta?

15 Sandra ha comprado una refrigeradora por 1860 soles, dando una cuota inicial de 300 soles y el resto a pagar en 12 mensualidades. ¿A cuánto asciende cada mensualidad?

16 En una comarca se ha proyectado plantar 1500 árboles con 6 operarios. Cada operario planta 25 árboles por día. ¿En cuántos días terminarán el trabajo?

Tarea

1 Elizabeth tiene 108 caramelos. Si diariamente se come 6 caramelos, ¿en cuántos días consumirá con todos sus caramelos?

2 Para comprar un regalo que cuesta 120 soles, 8 amigos deciden aportar por igual. ¿Cuánto aporta a cada uno?

3 Cinco amigos contratan un taxi por 40 soles. Si dos de ellos aportan 10 soles cada uno y el resto lo cubren los demás por igual, ¿cuánto le toca a cada uno?

4 Pilar compró lapiceros por docenas, y por cada docena le regalaron 3 lapiceros. Si en total recibió 630 lapiceros, ¿cuántas docenas compró?

Las 4 operaciones básicas

Operaciones combinadas

Para promover el hábito del ahorro, los papás de los hermanitos Laura y Tomás les proporcionan diariamente 3 soles a Laura y 2 soles a Tomás. ¿Cuánto habrán ahorrado entre los dos en 8 días?

VIDEO DE TEORÍA

Vamos a resolver el problemas de dos maneras:

1. Calculamos el ahorro diario de ambos:

Ahorro por día: $3 + 2 = 5$

Número de días ahorrados: 8

Ahorro total: $8\times(3 + 2) = \mathbf{40}$

2. Calculamos los ahorros por separado:

Ahorro de Laura: $8\times3 = 24$

Ahorro de Tomás: $8\times2 = 16$

Ahorro total: $8\times3 + 8\times2 = \mathbf{40}$

Iguales

Propiedad distributiva de la multiplicación

Esta propiedad es muy importante porque relaciona la multiplicación con la adición y la sustracción.

Cuando uno de los factores de una multiplicación es una adición o una sustracción, el otro factor se distribuye entre los términos de la adición o la sustracción.

La distribución se cumple tanto por la derecha como por la izquierda:

- $a(b + c) = ab + ac$
- $(b + c)\,a = ba + ca$
- $a(b - c) = ab - ac$

Ejemplo

Efectúa las siguientes multiplicaciones aplicando la propiedad distributiva.

- $372\times101 = 371(100 + 1)$
  $= 37100 + 371$
  $= 37471$
- $67\times1001 =$ _____
  $=$ _____
  $=$ _____
- $371\times99 =$ _____
  $=$ _____
  $=$ _____

Cálculo de dos números conociendo la suma y la diferencia

Las dos relaciones para calcular dos números cuya suma y cuya diferencia se conocen.

$$\text{Número mayor} = \frac{\text{Suma} + \text{Diferencia}}{2} \qquad \text{Número menor} = \frac{\text{Suma} - \text{Diferencia}}{2}$$

- Suma: 26
  Diferencia: 6
- Número mayor: $(26 + 6)\div2 = 16$
- Número menor: $(26 - 6)\div2 = 10$

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Nivel básico

1 De los 72 barcos de pesca que estaban amarrados en un puerto, veintitrés salieron a pescar. ¿Cuántos barcos se quedaron en el puerto?

2 En un campo se reunieron 64 grillos para cantar, y al griterío acudieron 37 más. ¿Cuántos grillos se reunieron en total?

3 En la piscina municipal hay 89 personas. De ellas, 34 están tomando sol y el resto bañándose. ¿Cuántas personas se están bañando?

4 En uno de los vagones de un tren viajan 48 personas y en otro viajan 43. Si en una parada bajan 27 personas, ¿cuántas personas quedan en el tren?

5 Si cada día lees 38 páginas de un libro, ¿cuántas páginas leerás en 8 días?

6 En un campo de olivos hay 15 filas plantadas. Si cada fila tiene 54 olivos, ¿cuántos olivos hay en total en el campo?

7 Tengo 12 bolsas de canicas. Si en cada bolsa hay 46 canicas, ¿cuántas tengo en total?

8 Carlos tenía 28 carritos y el día de su cumpleaños le regalaron 13 más. Si jugando con sus amigos ha roto 12, ¿cuántos carritos le quedan?

Nivel intermedio

9 Tienes 564 cromos y los vas a guardar en 8 cajas. ¿Cuántos cromos pondrás en cada caja? ¿Cuántos cromos te quedarán sin guardar?

10 Al empezar las clases compraste 4 cajas con 12 lápices cada una. Si ya has gastado 15 lápices, ¿cuántos te quedan?

11 Freddy ahorra mensualmente S/. 48. ¿Cuánto ahorra en 15 meses?

12 Mi paso mide 75 cm. ¿Qué distancia recorreré en 100 pasos?

13 En un sobre vienen 5 figuritas. ¿Cuántas figuritas vendrán en 10; 100 y 1000 sobres, respectivamente?

14 Un niño compró 15 helados de 6 soles, 12 galletas de 3 soles y 8 bolsitas de caramelos a 6 soles la bolsa. ¿Cuánto gastó en total?

15 A Pedro le han regalado una colección de 6 libros de cuentos. Cada libro tiene 168 páginas. ¿Cuántas páginas habrá leído Pedro cuando termine de leer los 6 libros?

16 Un grifo vende a diario 2379 galones de gasolina de 84 octanos y 1260 galones de gasolina de 90 octanos. ¿Cuántos galones vende al día en total?

GENIOMATIC

Nivel avanzado

17 En una aldea viven 84 familias. Veintitrés de ellas tienen 24 hectáreas de terreno cada una y el resto, 22 hectáreas por familia. ¿Cuántas hectáreas de terreno hay en la aldea?

18 Federico tiene una fortuna de 46 768 soles. Asigna la mitad a su esposa y el resto lo reparte por igual entre sus 8 hijos. ¿Cuánto le corresponde a cada hijo?

19 Frida compró 6 latas de atún por 48 soles y 5 tarros de leche por 30 soles. En la misma tienda, Ana compró 3 latas de atún y 8 tarros de leche. ¿Cuánto gastó Ana?

20 David gana 450 soles semanales, de los cuales ahorra una suma fija por semana. Si en 8 semanas ha gastado 2000 soles y el resto lo ha ahorrado, ¿cuánto ahorra semanalmente?

21 En una prueba de 40 preguntas dan 5 puntos por cada respuesta acertada y quitan 2 puntos por cada equivocación. Celso respondió todas pero se equivocó en 11. ¿Cuántos puntos obtuvo?

22 Un comerciante ha comprado 24 casacas por un valor de 1872 soles. ¿Cuál será la utilidad de la venta cuando haya vendido todas a 100 soles cada una?

Tarea

1 En una finca se han plantado 13 filas de olivos con 24 plantas en cada fila. ¿Cuántos olivos se han plantado en total?

2 En un almacén hay 861 cajas de leche. Un camión se lleva 435 cajas y otro camión se lleva 88 cajas. ¿Cuántas cajas de leche quedan en el almacén?

3 Mario tiene que embalar 3480 latas de conservas en cajas de 48 latas. Si ya embaló 23 cajas, ¿cuántas cajas le falta embalar y cuántas latas le van a sobrar?

4 Dante compró 86 gorros a 18 soles cada uno. Si ya vendió 11 gorros por 286, ¿cuál será su ganancia cuando haya vendido todos?

Reforzando - Unidad 3

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Almudena tiene 65 cromos. Regala 17 cromos a su amigo Alberto, que a cambio le da 23 cromos que tenía repetidos. ¿Cuántos cromos tiene Almudena después del cambio?

A) 71 B) 72 C) 73 D) 74

2 Un ganadero compra reses por S/. 24780; carneros por S/. 8600 y paga por el transporte S/. 3800. ¿Cuánto gasta en total?

A) S/. 37 180 B) S/. 37 200
C) S/. 34 230 C) S/. 36 280

3 Se ha importado 84 814 toneladas de arroz de Japón y 66 936 toneladas de China. ¿Cuántas toneladas de arroz se ha importado?

A) 150 750 B) 152 850
C) 153 460 D) 151 750

4 En una semana, un centro de reciclaje recolectó 8 969 botellas blancas, 6 496 botellas marrones, 12 465 botellas verdes y 7 286 botellas azules. ¿Cuántas botellas recolectó en total?

A) 35 226 B) 36 316
C) 35 216 D) 34 526

5 Una textilería fabricó 4 330 chompas, 1242 gorros de lana, 1 128 guantes y 1439 chalinas. ¿Cuántas prendas fabricó en total la textilería?

A) 8 139 B) 8 230
C) 8 149 D) 8 359

6 En uno de los platillos de una balanza se tiene 3 500 gramos de arroz y 4 800 gramos de lentejas. ¿Cuánto debo colocar en el otro platillo para equilibrar la balanza?

A) 9 700 g B) 8 900 g
C) 8 300 g D) 8 200 g

7 Mario tiene S/. 25 950 e Iris, S/. 850 más que Mario. ¿Cuánto dinero tiene Iris? ¿Cuánto tienen entre los dos?

A) S/. 26 800 y S/. 52 850
B) S/. 26 800 y S/. 52 750
C) S/. 26 750 y S/. 52 750
D) S/. 26 750 y S/. 52 850

8 Daniel ahorró S/ 65 y su hermano Pablo ahorró 4 veces más que Daniel. ¿Cuánto dinero ahorró Pablo?

A) S/. 260 B) S/. 325
C) S/. 285 D) S/. 355

9 Martha tiene 32 figuritas y desea regalar a sus cuatro amigos, de tal manera que a cada uno le toque la misma cantidad. ¿Cuántas figuritas le corresponde a cada amigo?

A) 6 figuritas B) 7 figuritas
C) 8 figuritas D) 9 figuritas

10 En la panadería han fabricado 120 panes. Si para vender los ponen en cajas de una docena, ¿cuántas cajas se necesitan?

A) 10 cajas B) 11 cajas
C) 12 cajas D) 13 cajas

11 Luís elaboró 8 tortas. Si para cada torta usó una docena de huevos, ¿cuántos huevos empleó en total?

A) 76 huevos B) 80 huevos
C) 86 huevos D) 96 huevos

12 La profesora de lenguaje dejó de tarea que en 15 días sus alumnos completaran 5 horas de lectura cada uno. ¿Cuántos minutos diarios tiene que leer cada niño?

A) 27 minutos B) 300 minutos
C) 20 minutos D) 15 minutos

13 Alejandro tiene 600 canicas. Como se va a vivir a Cajamarca, las regala a sus 12 amigos equivalentemente. ¿Cuántas canicas le toca a cada amigo?

A) 600÷12 B) 600 - 12
C) 600×12 D) 600 + 12

14 Karina compró un televisor por 1620 soles en 18 mensualidades. ¿Cuánto pagó cada mes?

A) S/. 80 B) S/. 78 C) S/. 90 D) S/. 98

15 Lupe tiene 18 cajas con 150 canicas en cada una. ¿Cuántas canicas tiene en total?

A) 2699 B) 132 C) 168 D) 2700

16 Mariana quiere saber cuánto tiene que pagar cada mes, durante un año, por una moto que le costó 4320 soles

A) S/. 300 B) S/. 360
C) S/. 332 D) S/. 308

17 En una granja avícola se producen 12 384 pollitos, los mismos que serán transportados en cajas con ventilación en las que caben 96 pollitos. ¿Cuántas cajas se necesitan?

A) 128 B) 118 C) 130 D) 129

18 Veintiocho niños participaron en una carrera. El número de niños que llegaron detrás de Pedro fue el doble del número de niños que llegaron antes que él. ¿En qué lugar llegó Pedro?

A) Noveno B) Séptimo
C) Octavo D) Décimo

19 La familia de José ha producido mandarinas para venta y las ha envasado en bolsitas de 12 mandarinas. Si en la mesa hay 109 bolsas de mandarinas, ¿cuántas mandarinas han envasado?

A) 1 208 mandarinas B) 1 318 mandarinas
C) 1 218 mandarinas D) 1 308 mandarinas

20 Si Alfonso nació en el año 1 988 y su hermana nació en el año 1 995, ¿por cuántos años Alfonso es mayor que su hermana?

A) 14 B) 13 C) 8 D) 7

21 Una inmobiliaria compró un departamento por S/. 48 320 y lo vendió en S/. 68 327. ¿Cuánto ganó por la venta?

A) S/. 19 007 B) S/. 20 007
C) S/. 21 777 D) S/. 19 700

22 Un automóvil avanzó 450 km y luego volvió por el mismo camino 235 km. ¿En qué kilómetro se encuentra ahora?

A) Km 215 B) Km 315
C) Km 225 D) Km 205

23 Leopoldo tiene S/. 73 800 y quiere comprar una casa que cuesta S/. 140 879. ¿Cuánto dinero le falta?

A) S/. 57 947 B) S/. 214 679
C) S/. 67 079 D) S/. 13 231

24 El primer telegrama se envió en el año de 1 832 y el primer televisor se fabricó en el año 1 926. ¿Cuántos años después del envío del primer telegrama se fabricó el primer televisor?

A) 74 B) 94 C) 30 D) 84

25 El primer teléfono fue inventado en el año 1876 y la primera computadora digital electrónica se inventó en el año 1 946. ¿Cuánto tiempo después de haberse inventado el teléfono se inventó la computadora?

A) 80 B) 60 C) 70 D) 90

26 Un camión viaja a razón de 75 kilómetros por hora. Partió a las 8 de la mañana y a la una de la tarde descansa una hora mientras almuerza. Luego retoma el viaje con la rapidez habitual. ¿Cuántos kilómetros recorre hasta las 6 de la tarde?

A) 750 km B) 675 km
C) 600 km D) 625 km

27 En un almacén se guardaron 500 sacos de arroz y 600 sacos de azúcar. Cada día se saca 4 sacos de arroz y 5 de azúcar.

a) En 12 días, ¿cuántos sacos de arroz se sacaron?

b) En 15 días, ¿cuántos sacos de azúcar quedan?

c) En 18 días, ¿cuántos sacos se sacaron en total?

d) En 24 días, ¿cuántos sacos quedan en total en el almacén?

28 ¿Cuánto valen 5 bolsas de caramelos a 24 soles cada bolsa?

29 Durante el mediodía se reportó 15 grados en Huancayo, 18 grados en Cusco y 14 grados en Huancavelica. En la tarde la temperatura bajó 4 grados en Huancayo, 6 grados en Cusco y 6 grados en Huancavelica. Determina la temperatura de cada ciudad en la tarde.

30 Sandro compró 79 pasteles. Luego de vender una parte le quedan 27. ¿Cuántos pasteles vendió?

31 Carmen tiene 21 caramelos, 16 chupetines y 13 gomitas. ¿Cuántos dulces tiene en total?

32 Iveth gastó S/. 37 en la heladería. Si pagó con un billete de S/. 50, ¿cuánto recibió de vuelto?

33 Linda compró 86 panes para la fiesta de su salón, pero en el camino perdió 18 panes. ¿Con cuántos panes llegó a su casa?

34 Ocho amigos quieren ir al circo. Cada entrada vale 35 soles. ¿Cuánto pagarán por las 8 entradas?

35 Juan tiene el triple de manzanas que Óscar. Si Óscar tiene 32 manzanas, ¿cuántas tiene Juan?

36 En cada página de un álbum de cromos caben 24. Tengo 15 páginas llenas. ¿Cuántos cromos tengo?

37 La piscina mide 27 metros de largo. Marcos ha nadado 4 veces el largo de la piscina, de ida y de vuelta. ¿Cuántos metros ha recorrido?

38 Ana tiene 254 soles y su hermano Javier tiene el triple. ¿Cuántos soles tiene Javier? ¿Cuántos soles tienen entre los dos?

39 ¿Cuánto hay que pagar por 7 libros, si cada libro cuesta 38 soles?

40 Una niña compró 12 helados a 7 soles cada uno y 9 bebidas a 7 soles cada una. ¿Cuánto ha gastado si tenía 200 soles, ¿Cuánto le queda?

41 Mi madre necesita 7 metros de tela para hacer una cortina. Si cada metro cuesta 28 soles, ¿cuánto le costará la cortina?

42 David quiere comprar helados de 8 soles. Si tiene 4 billetes de 20 soles, ¿para cuántos helados le alcanza?

43 Para ir al colegio utilizo el tren y luego el bus, tanto de ida como de vuelta. A la semana voy 5 veces al colegio. ¿Cuánto gasto en pasajes durante 24 semanas si el viaje en tren cuesta 3 soles y en bus 2 soles?

44 José tiene una bolsa con 530 canicas y Roberto tiene 3 bolsas con 785 canicas cada una. ¿Cuántas canicas en total tienen entre los dos?

45 Manuel compra un par de zapatos que cuesta 98 soles, una camisa de 75 soles y tres pantalones de 84 soles cada uno. Si paga con 5 billetes de 100 soles, ¿cuánto recibe de vuelto?

Autoevaluación

1. La piscina mide 27 metros de largo. Marcos ha nadado 7 veces el largo de la piscina, de ida y de vuelta. ¿Cuántos metros ha recorrido?

2. Laura tiene 346 soles y su hermano Alejandro tiene el triple. ¿Cuántos soles tiene Alejandro? ¿Cuántos soles tienen entre los dos?

3. ¿Cuánto hay que pagar por 13 libros, si cada libro vale 35 soles?

4. Una niña compró 9 helados a 6 soles cada uno y 8 bebidas a 4 soles cada una. ¿Cuánto ha gastado si tenía 200 soles? ¿Cuánto le queda?

5. Una familia consume 3 kilos de pan cada día. ¿En cuántos días consume 84 kilos?

6. Mi hermana ha comprado 6 muñecas a 45 soles cada una. Si tenía 300 soles, ¿cuánto le queda?

7. Tenía 250 soles de ahorro, con los cuales compré 8 panetones a 26 soles cada uno. ¿Cuánto dinero me queda?

8. Arturo salió de viaje por 8 semanas, pero volvió 15 días antes. ¿Cuántos días estuvo de viaje?

4 Divisibilidad

En los problemas de división suele aparecer la pregunta si una cantidad se puede dividir equitativamente entre cierto número. La divisibilidad nos permite responder con facilidad a estas preguntas.

Enfoque de atención a la diversidad

Practicamos la convivencia en paz

El ser humano no es un ser solitario, sino un ser social. Necesitamos de los demás para vivir mejor y desarrollarnos mejor, aunque estos otros seres a los que necesitamos son diferentes. La diversidad es la clave de la humanidad, todos somos humanos y diferentes, pero debemos saber comprender y respetar los puntos de vista de los demás para tener una convivencia pacífica.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Traduce problemas en expresiones de operaciones combinadas.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Comprende los múltiplos y explica en forma de patrones numéricos. Distingue cuándo un números es divisible entre otro y el cálculo del resto mediante los criterios de divisibilidad.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Emplea estrategias heurísticas, estrategias de cálculo mental como el uso de las propiedades de las operaciones en la resolución de problemas.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Sustenta los criterios de divisibilidad y sus aplicaciones en determinan la divisibilidad entre un módulo y el calculo del resto.

Múltiplos y divisores

Adición y sustracción
números hasta 10 000

Múltiplos de un número

La familia de Pedro tiene una panadería donde se vende todo tipo de empanadas.

Como todos los miembros de la familia apoyan en el negocio, Pedro se encarga de vender las empanadas, a 4 soles cada una.

VIDEO DE TEORÍA

Si no vende ninguna empanada, lógicamente su venta es 0 soles. Si vende una empanada, su venta es 4 soles, si vende dos, 8 soles, si vende tres, 12 soles, y así sucesivamente. La tabla muestra sus ventas según el número de empanadas vendidas:

N° de empanadas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
Venta (S/.)	0	4	8	12	16	20	24	28	32	...

Múltiplos de 4

Los números de la segunda fila son múltiplos de 4. Cada uno de ellos es el producto de 4 por un número natural.

Ejemplo 1

Completa la tabla:

Múltiplos de 3	0	3	6								
Múltiplos de 5	0	5									
Múltiplos de 6					24						
Múltiplos de 8			16								
Múltiplos de 9				27							

Ejemplo 2

Encierra el número que no es múltiplo de 4.

A) 24 B) 32 C) 38 D) 48

Ejemplo 3

Elabora la lista de los primeros 6 múltiplos de 7 de dos cifras. _____

Ejemplo 4

¿Cuántos números comprendidos entre 20 y 30 son múltiplos de 3? **Haz** una lista de estos números. _____

Ejemplo 5

Señala las afirmaciones verdaderas:

I. Todos los números que terminan en 4 son múltiplos de 4. ( )

II. Todos los números que terminan en 5 son múltiplos de 5. ( )

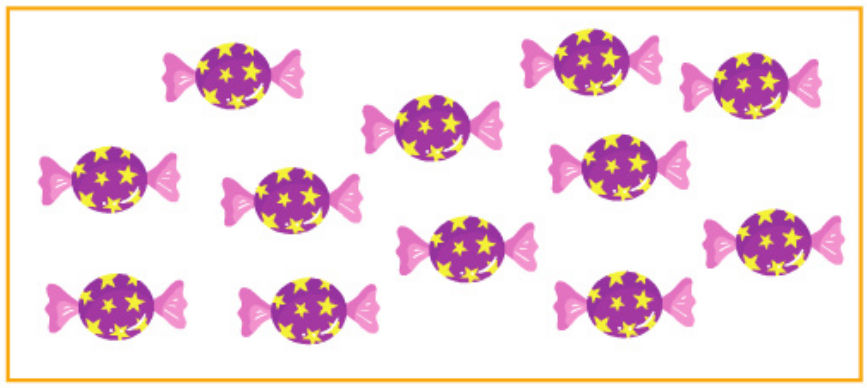
III. Ningún número que termina en 7 es múltiplo de 2. ( )

Ejemplo 6

¿Cuál es el menor número que se le debe sumar a 25 para que sea múltiplo de 8?

_____

Divisores de un número



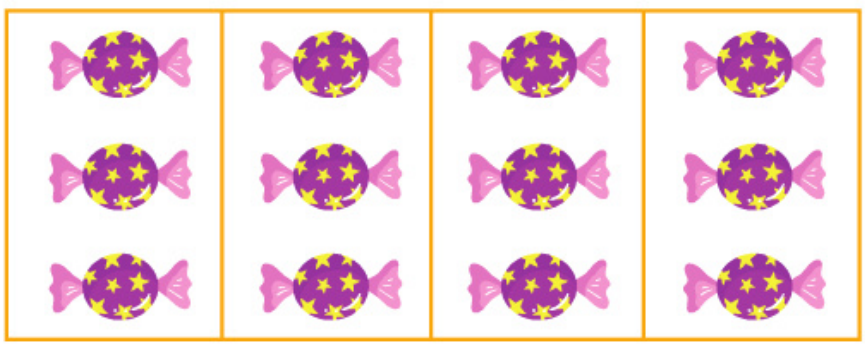
Estos son los caramelos de José. Él quiere consumir sus caramelos bajo una regla: Cada día un número igual de caramelos sin que sobre alguno.

¿Cuáles son todas las posibilidades?

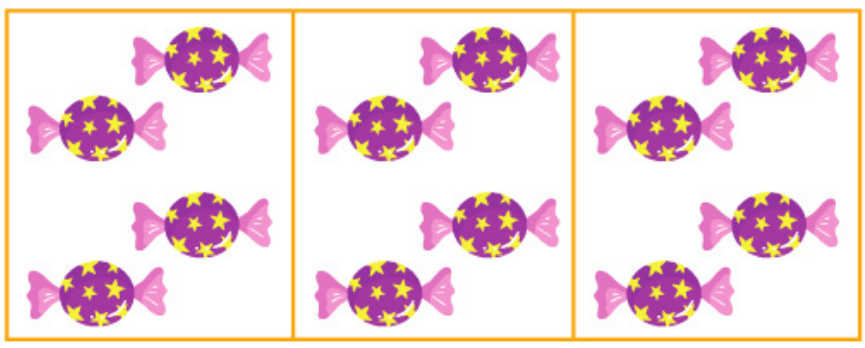
Que consuma uno por día

Que consuma dos por día

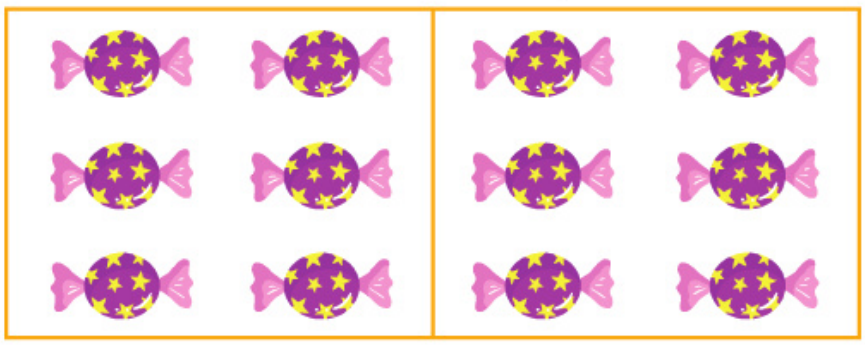
Que consuma tres por día



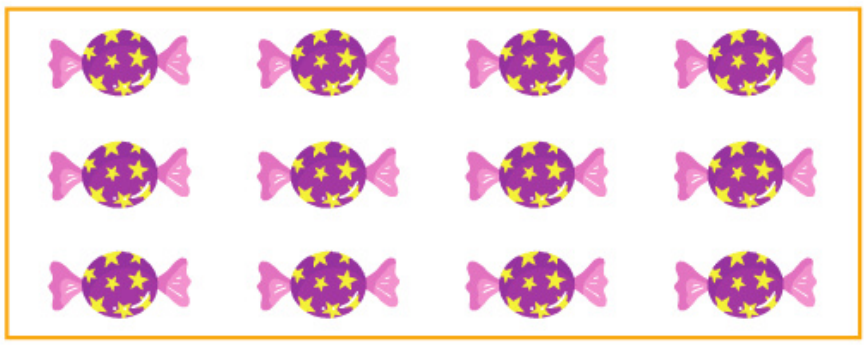
Que consuma cuatro por día



Que consuma seis por día



Que consuma todos en un solo día



Como se puede observar, los 12 caramelos se pueden agrupar de 1 en 1; de 2 en 2; de 3 en 3; de 4 en 4; de 6 en 6 y los 12 a la vez. Los números 1; 2; 3; 4; 6 y 12 son los divisores de 12.

Ejemplo 7

Completa la tabla:

Divisores de 15	1	3	5	15							
Divisores de 20	1	2									
Divisores de 36											
Divisores de 48											
Divisores de 80											

Ejemplo 8

Encierra el número que no es divisor de 36.

A) 6 B) 9 C) 12 D) 8

Ejemplo 9

El número 4 no es divisor de:

A) 12 B) 18 C) 16 D) 20

Ejemplo 10

Señala las proposiciones verdaderas:

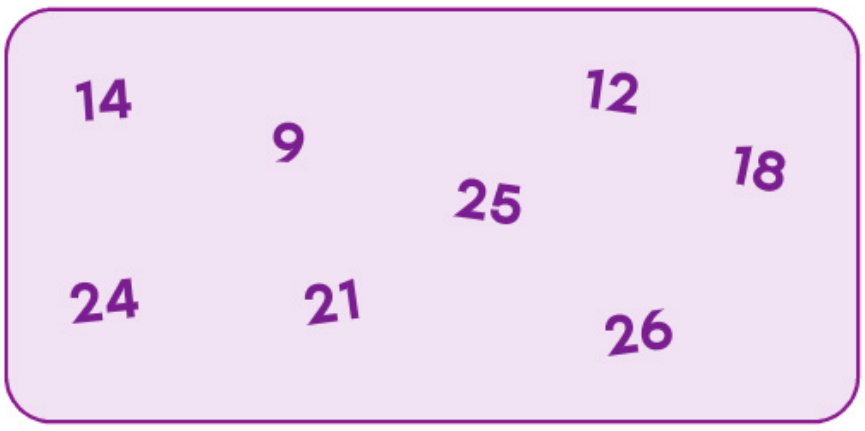
I. El número 9 es múltiplo y divisor de 9. ( )

II. La unidad es múltiplo de todos los números naturales. ( )

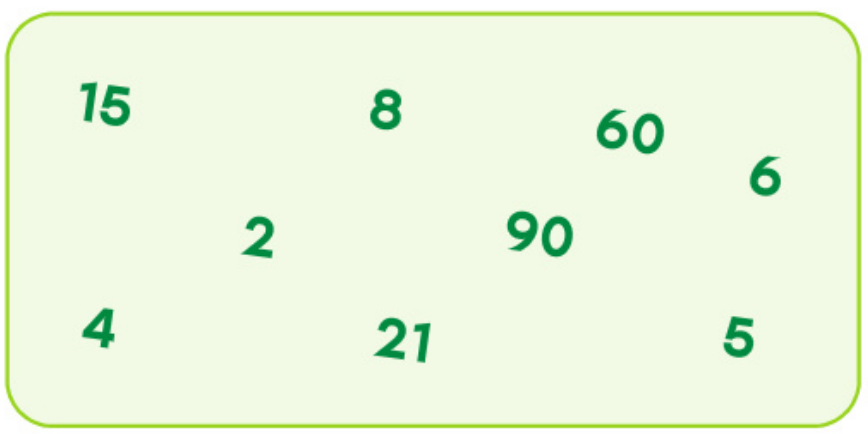
III. Todo número natural mayor que cero es múltiplo y divisor de sí mismo. ( )

Nivel básico

1 **Encierra** los múltiplos de 3.



2 **Encierra** los divisores de 30.



3 **Califica** como verdadero (V) o como falso (F) las siguientes proposiciones:

a) 12 es múltiplo de 4. ( )

b) 15 es divisor de 5. ( )

c) 16 es divisor de 8. ( )

d) 35 es múltiplo de 7. ( )

4 **Relaciona** múltiplo con su divisor.

27	4
15	6
8	5
42	9

5 **Escribe los** 5 primeros múltiplos mayores que cero de:

M(5): _____

M(6): _____

M(7): _____

M(9): _____

M(10): _____

Nivel intermedio

6 **Escribe** los divisores de:

D(18): _____

D(20): _____

D(25): _____

D(30): _____

D(36): _____

7 En cada fila, **marca** el número que no tiene relación con los demás.

a) 3; 6; 9; 12; 15; 18; 23; 24; 27; 30.

b) 16; 20; 12; 8; 24; 25; 32; 36; 40

c) 21; 14; 27; 35; 28; 42; 49

d) 18; 27; 90; 81; 24; 36; 45; 54

8 **Califica** las proposiciones como verdadera (V) o coma falso (F).

a) El número 15 tiene 4 divisores. ( )

b) 12 es un divisor de 4. ( )

c) El número 28 es múltiplo de 7. ( )

d) 48 es múltiplo de 6. ( )

9 Son verdaderas las proposiciones:

I. Si a es divisor de 6, entonces es divisor de 12. ( )

II. Si a es múltiplo de 8, entonces es múltiplo de 4. ( )

III. Si 12 es divisor de a, entonces a es múltiplo de 12. ( )

IV. Si 20 es múltiplo de b, entonces 15 es múltiplo de b. ( )

10 ¿Cuántos números comprendidos entre 20 y 60 son múltiplos de 7?

Nivel avanzado

11 **Escribe** los 5 primeros números con 2 divisores. **Escribe** el número y sus divisores.

12 **Escribe** los 4 primeros números que tienen exactamente 3 divisores. **Escribe** el número y sus tres divisores.

13 ¿Cuál es el primer múltiplo de 7 de tres cifras?

14 ¿Cuál es el primer múltiplo de 9 de tres cifras que termina en cifra 2?

Tarea

1 **Escribe** los 5 primeros múltiplos de 4; 6; 8 y 9.

2 **Escribe** los divisores de 20; 25; 30 y 60.

3 ¿Cuál es el primer múltiplo de 8 de tres cifras?

4 **Determina** el mayor número de dos cifras con dos divisores.

DIVISIBILIDAD: Principios

Divisores

Un día domingo, Ángel le pregunta a Mariela por el día de su cumpleaños y ella le responde que será exactamente dentro de 30 días.

Ángel trabaja en provincia de lunes a viernes, pero le gustaría estar en el cumpleaños de Mariela.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

¿Podrá estar Ángel en el cumpleaños de Mariela?

La divisibilidad es el tema más importante de la Aritmética. Trata de las implicancias que se derivan del hecho de que un número se pueda o no dividir exactamente entre otro.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Cada vez que pasen 7 días vuelve a estar en domingo.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 7 \\ 28 & 4 \\ \hline 2 & \end{array} \Rightarrow 30 = 7 \cdot 4 + 2$$

$$30 = \overset{\circ}{7} + 2$$

Esto quiere decir que pasará un número exacto de semanas y 2 días más.

∴ El cumpleaños de Mariela cae martes y Ángel no podrá estar presente, porque estará trabajando en provincia.

Múltiplos de un número

Múltiplos de 2: 0 2 4 6 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ …

Múltiplos de 3: 0 3 6 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ …

Múltiplos de 5: ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ …

Ejemplo 1

Halla la suma de los 4 primeros múltiplos de dos cifras de 5.

Ejemplo 2

Expresa los siguientes números en términos de $\overset{\circ}{6}$.

$20 = \overset{\circ}{6} + 2$	31 =	35 =	40 =

Ten en cuenta

DIVISIBILIDAD

- Se dice que el número 20 se es divisible entre 5 porque:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 5 \\ 0 & 4 \end{array} \Rightarrow 20 = 5 \times 4$$

$$20 = \overset{\circ}{5}$$

Residuo

Múltiplo de 5

O sea, al dividir 20 entre 5 el residuo es 0. Además, 20 se puede expresar como el producto de 5×4.

Entonces:

divisible entre - múltiplo de

20 módulo → 5

divisor de - divide a

- El número 23 no es divisible entre 5. Sin embargo:

$$\begin{array}{r|l} 23 & 5 \\ 3 & 4 \end{array} \Rightarrow 23 = 5 \times 4 + 3$$

$$23 = \overset{\circ}{5} + 3$$

Cuando no es múltiplo, se expresa como múltiplo del módulo más un resto.

Principios de la divisibilidad

1. Si sumamos múltiplos del mismo módulo, la suma también resulta múltiplo del módulo.

$$\overset{\circ}{20} + \overset{\circ}{25} + \overset{\circ}{35} = \overset{\circ}{80}$$
$$\overset{\circ}{5} \quad \overset{\circ}{5} \quad \overset{\circ}{5} \quad \overset{\circ}{5}$$

En general:

$$\overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$$

2. Si al múltiplo de un módulo multiplicamos por cualquier número natural, el producto sigue siendo múltiplo del módulo.

$$5 \times \overset{\circ}{18} = \overset{\circ}{90}$$
$$\overset{\circ}{9} \quad \overset{\circ}{9}$$

En general:

$$k(\overset{\circ}{n}) = \overset{\circ}{n}$$

3. Si un número es múltiplo de varios módulos, es múltiplo del menor múltiplo común de los módulos.

Sea: $A = \overset{\circ}{4}$

$A = \overset{\circ}{6} \Rightarrow A = \overset{\circ}{24}$

$A = \overset{\circ}{12}$

Menor múltiplo común de 4; 6 y 12.

Ten en cuenta

Consecuencias de los principios de divisibilidad.

- $(\overset{\circ}{9} + 3) + (\overset{\circ}{9} + 2) = \overset{\circ}{9} + 5$
- $3(\overset{\circ}{8} + 2) = \overset{\circ}{8} + 6$
- $(\overset{\circ}{9} + 2)(\overset{\circ}{9} + 4) = \overset{\circ}{9} + 8$

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Ejemplo 3

Carmen cuenta sus juguetes de 6 en 6 y le sobran 4. Entonces junta con los 15 juguetes de David y vuelve a contar de 6 en 6. ¿Cuánto le sobran esta vez?

Ejemplo 4

Andrea piensa en un número cuya división entre 5 da un resto de 3. Si el número lo multiplica por 4 y vuelve a dividirlo entre 5, ¿cuál será el resto?

Ejemplo 5

Rubén cuenta sus galletas de 4 en 4 y le sobran 3, Sandra hace lo mismo con las suyas y le sobran 2. Si los dos juntan sus galletas y las vuelven a contar de 4 en 4, ¿cuántas les sobrará?

Nivel básico

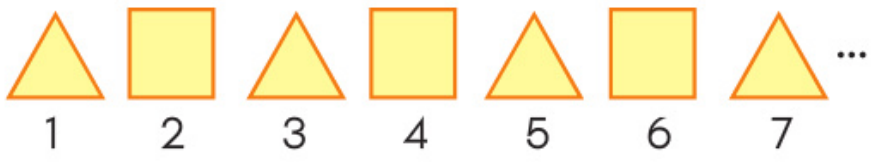
1 **Escribe** los números 23; 34; 38 y 40 como múltiplos de 6 más el resto correspondiente.

2 **Expresa** los números 15; 24; 36 y 50 como múltiplos de 7 más el resto correspondiente.

3 **Halla** la suma de los 5 primeros múltiplos de 4 mayores que 10.

4 Si hoy es lunes, ¿qué día será dentro de 20 días?

5 En esta secuencia, ¿qué figura le tocará al número 23?



6 Cuando el profesor de educación física formó con los alumnos grupos de 7, sobraron 4. En ese momento llegaron 20 alumnos y con todos volvió a formar grupos de 7. ¿Cuántos alumnos sobraron esta vez?

Nivel intermedio

7 A lo largo de una avenida, el alcalde del distrito mandó plantar una secuencia repetida de tres árboles: ciprés, pino y palmera, en ese orden. Arturo empezó a contar los árboles desde uno de los extremos. ¿Qué árbol lleva el número 50?

8 José Luis visitó a la tía Laura un día lunes y volverá a visitarla dentro de 30 días. ¿Qué día de la semana será ese día?

9 En esta secuencia, ¿qué figura le tocará al número 40?

10 La abuelita Adriana vive en un cerro y para llegar a su casa debe subir una escalera de 70 escalones. En la subida, ella descansa cada 12 escalones. ¿En qué escalón descansa por quinta vez y faltando cuántos escalones descansa por última vez?

11 En una caja hay 36 paquetes de jabones. Si se agrupan de 4 en 4 los jabones de un paquete, sobra 1. Si se agrupan de 4 en 4 todos los jabones de la caja, ¿cuántos jabones sobraría?

Nivel avanzado

12 Un letrero luminoso prende cada segundo una luz distinta: verde, azul, amarilla y roja, luego vuelve a repetir la misma secuencia, sucesivamente. ¿Qué color prende al minuto de haber prendido el letrero?

13 Apenas son las 3 de la mañana y los gallos empiezan a cantar – dice José – luego, mi gallo canta cada 15 minutos y el de mi vecina, cada 20.

¿Cada cuántos minutos cantan a la vez los gallos, y a qué hora cantan juntos por tercera vez?

14 El tren de la Línea 1 sale de Bayóvar cada 8 minutos. El primer tren sale a las 6 de la mañana. El tren tarda 12 minutos en llegar a la estación Los Jardines. Un trabajador que llega a la estación a las 6:30, ¿cuánto tiempo debe esperar para abordar el tren?

15 Alrededor de una mesa circular están sentadas Ana, Blanca, Celia, Dora y Emma, en ese orden. Ellas juegan a cantar los números sucesivos desde uno. Ana empieza diciendo "uno", luego Blanca dice "dos", y así sucesivamente. ¿A cuál de ellas le toca decir 66?

16 Homero fue atendido en el seguro un jueves 20 de abril y le han dado una cita para que vuelva dentro de 60 días. ¿Qué día de la semana le toca la cita?

Tarea

1 Escribe los números 20; 25; 35 y 55 en términos de múltiplo de 4.

2 El teniente Bonilla forma, con los soldados de su batallón, grupos de 6, sobrándole 5. El teniente Castillo hace lo propio con los suyos, sobrándole 4. Si se juntan los soldados de los dos batallones, ¿cuántos sobrarían al agruparlos de 6 en 6?

3 Si hoy es sábado, ¿qué día será dentro de 25 días?

4 El profesor de música pide que el bombo suene cada 4 segundos y el platillo cada 6 segundos. Al inicio de la pieza musical suenan ambos instrumentos. Si la pieza dura 4 minutos, ¿cuántas veces coinciden el bombo y el platillo?

Criterios de divisibilidad

Múltiplos y divisores

Celia es una artesana que fabrica los famosos toritos de Pucará, del distrito del mismo nombre, provincia de Lampa y región Puno.

Celia ha producido 2868 toritos para exportar y está indecisa entre embalarlos de 6 en 6 o de 9 en 9. Si no quiere que le sobren toritos, ¿por cuál módulo debe decidir?

VIDEO DE TEORÍA

Los criterios de divisibilidad nos permiten determinar, sin necesidad de dividir, si un número es múltiplo de un determinado módulo.

En el problema planteado debemos averiguar si 2868 es múltiplo de 6, de 9 o de ambos, pero sin efectuar la división.

- $2868 + \underbrace{120}_{\overset{\circ}{6}} + \underbrace{12}_{\overset{\circ}{6}} = \underbrace{3000}_{\overset{\circ}{6}}$

$\Rightarrow 2868 = \overset{\circ}{6}$

- $2868 = 2\times\underbrace{1000}_{\overset{\circ}{9}+1} + 8\times\underbrace{100}_{\overset{\circ}{9}+1} + 6\times\underbrace{10}_{\overset{\circ}{9}+1} + 8$

$\Rightarrow 2868 = \overset{\circ}{9} + 2 + 8 + 6 + 8 = \overset{\circ}{9} + 6$

Sin dividir, hemos comprobado que 2868 es múltiplo de 6 pero no de 9, por lo tanto Celia debería embalar sus toritos de 6 en 6.

Hay muchos criterios de divisibilidad, aquí vamos a aprender algunos de ellos.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

1. Divisibilidad por 2

- $36 = \underbrace{30}_{\overset{\circ}{2}} + 6$ Para que 36 sea múltiplo de 2, solo depende de 6 (última cifra)

Como $6 = \overset{\circ}{2}$ entonces $36 = \overset{\circ}{2}$

- $3\,697 = \underbrace{3690}_{\overset{\circ}{2}} + 7$ Para que 3697 sea múltiplo de 2, solo depende de 7 (última cifra)

Como $7 = \overset{\circ}{2} + 1$ entonces $3697 = \overset{\circ}{2} + 1$

Un número es múltiplo de dos cuando termina en cifra par, en caso contrario, o sea, si termina en cifra impar, al dividir entre 2 deja 1 de residuo.

Ejemplo 1

De los siguientes números, marca los múltiplos de 2:

129; 254; 794; 758; 1293; 2572; 3987; 3920

2. Divisibilidad por 4

Observa el siguiente ejemplo:

$$2527 = \underbrace{2500}_{\overset{\circ}{4}} + 27$$

$$2528 = \overset{\circ}{4} + 27$$

Para que 2527 sea múltiplo de 4, solo depende de 27 (últimas dos cifras)

Un número es múltiplo de cuatro cuando el número formado por sus dos últimas cifras es múltiplo de 4, en caso contrario este número determina el resto de dividirlo entre 4.

Ejemplo 2

Expresa los siguientes números en términos de múltiplo de 4:

a) $2463 = \overset{\circ}{4} + 3$ b) $3572 =$ _____

c) $2529 =$ _____ d) $37\,438 =$ _____

3. Divisibilidad por 5

Observa el ejemplo:

$$3784 = \underbrace{3780}_{\overset{\circ}{5}} + 4$$

$$3784 = \overset{\circ}{5} + 4$$

Para que 3784 sea múltiplo de 5, solo depende de 4 (última cifra)

Un número es múltiplo de cinco si su última cifra es 5 o 0, en caso contrario esta cifra determina el resto de dividirlo entre 5.

Ejemplo 3

Expresa los siguientes números en términos de múltiplo de 5:

a) $3457 = \overset{\circ}{5} + 2$ b) $4789 =$ _____

c) $4785 =$ _____ d) $4868 =$ _____

4. Divisibilidad por 9

Observa el siguiente ejemplo:

$$452 = \underbrace{400}_{\overset{\circ}{9}+1} + \underbrace{50}_{\overset{\circ}{9}+1} + 2$$

$$452 = \overset{\circ}{9} + \underbrace{4 + 5 + 2}_{\text{suma de cifras de 452}}$$

Para que 452 sea múltiplo de 9, depende de la suma de sus cifras.

Un número es múltiplo de nueve cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 9, en caso contrario esta suma determina el resto de dividirlo entre 9.

El mismo criterio se aplica para el módulo 3.

Ejemplo 4

Expresa los siguientes números en términos de múltiplo de 9:

a) $1325 = \overset{\circ}{9} + 2$ b) $22672 =$ _____

c) $7254 =$ _____ d) $47892 =$ _____

Ejemplo 5

Expresa los siguientes números en términos de múltiplo de 3:

a) $3235 = \overset{\circ}{3} + 1$ b) $27622 =$ _____

c) $2574 =$ _____ d) $58472 =$ _____

5. Divisibilidad por 10

Un número es múltiplo de diez si termina en cero, en caso contrario la última cifra determina el resto de dividir el número entre 10.

Ejemplo 3

Expresa los siguientes números en términos de múltiplo de 10:

a) $4638 = \overset{\circ}{10} + 8$ b) $3475 =$ _____

c) $14570 =$ _____ d) $37216 =$ _____

Nivel básico

1 **Expresa** los números en términos de múltiplo de 5.

a) 5432 _____

b) 3793 _____

c) 3937 _____

d) 4749 _____

2 **Expresa** los números en términos de múltiplo de 4.

a) 7432 _____

b) 6973 _____

c) 3947 _____

d) 6847 _____

3 **Expresa** los números en términos de múltiplo de 9.

a) 27432 _____

b) 17973 _____

c) 463947 _____

d) 286487 _____

4 Si $\overline{abcd}$ es múltiplo de 9, ¿cuáles de los siguientes números es múltiplo de 9?

a) $\overline{dcba}$ _____

b) $\overline{acbd}$ _____

c) $\overline{cbda}$ _____

d) $\overline{bbdc}$ _____

5 **Calcula** el resto de dividir:

a) 3724 entre 5

b) 7693 entre 4

c) 9347 entre 3

d) 8647 entre 9

Nivel intermedio

6 ¿Qué condiciones debe cumplir un número para que sea divisible entre 6? **Justifica** tu respuesta y **enuncia** los criterios.

7 Para que un número $\overline{aaaa}$ sea múltiplo de 3, ¿qué valores puede tomar a?

8 ¿Qué cifras se pueden agregar a la derecha del número 2987 para que resulte múltiplo de 4?

9 ¿Cuántas cifras 1 hay que agregar a la derecha del número 7562 para que resulte múltiplo de 9?

10 ¿Cuál es el menor número de tres cifras que se le debe sumar a 23 791 para que resulte múltiplo de 10?

Nivel avanzado

11 Un número de tres cifras empieza en 7 y termina en 2. ¿Qué valores puede tomar la cifra central para que el número sea múltiplo de 4?

12 ¿Cuál de las cifras del número 5374826 se debe eliminar para que el número resulte divisible por 9?

13 Cuántas cifras 2 hay que agregar a la derecha del número 5368 para que resulte múltiplo de 9?

14 Fernando sumó las cifras de un número de 5 cifras múltiplo de 9 y obtuvo 24. Al verificar la suma comprobó que se había olvidado de considerar una de las cifras. ¿Qué cifra se olvidó?

Tarea

1 **Calcula** el resto de dividir:

a) 2947 entre 3
b) 29837 entre 5
c) 39825 entre 4
d) 811732 entre 9

2 **Expresa** los números 2934; 449382; 20038 y 9877 en términos de múltiplo de 9.

3 ¿Qué número debe sustituir a la cifra 6 del número 286257 para que resulte múltiplo de 9?

4 Se forma un número escribiendo los números consecutivos desde 1 hasta que resulte múltiplo de 9. ¿Cuál es este número?

Reforzando - Unidad 4

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Uno de los siguientes números no es múltiplo de 10. Identifica cuál.

A) 6730 B) 92470 C) 70865 D) 6720

2 Uno de los siguientes números no es múltiplo de 5. Identifica cuál.

A) 7630 B) 75045 C) 57086 D) 4625

3 ¿Cuál es la menor cifra que hay que añadir a la derecha de 5672 para que resulte múltiplo de 5?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 5

4 ¿Cuál de los siguientes números no es divisor de 30?

A) 2 B) 10 C) 15 D) 8

5 ¿Cuál de los siguientes números no es múltiplo de 8?

A) 16 B) 32 C) 28 D) 56

6 ¿Cuánto se debe agregar como mínimo a 3154 para que resulte múltiplo de 10?

A) 6 B) 7 C) 5 D) 4

7 ¿Cuánto se debe agregar como mínimo a 8379 para que resulte múltiplo de 4?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0

8 ¿Cuál de los siguientes números no es divisor de 28?

A) 14 B) 21 C) 7 D) 4

9 Uno de los siguientes números no es múltiplo de 3. Identifica cuál.

A) 1347 B) 45750 C) 64508 D) 6432

10 ¿Cuánto se debe agregar como mínimo a 52176 para que resulte múltiplo de 5?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

11 Uno de los siguientes números no es múltiplo de 4. Identifica cuál.

A) 7364 B) 47604 C) 56084 D) 3462

12 ¿Cuál es el menor número de dos cifras que se debe agregar a 5738 para que resulte múltiplo de 5?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 14

13 ¿Cuál es el menor número de dos cifras que se debe agregar a 548765 para que resulte múltiplo de 9?

A) 10 B) 19 C) 11 D) 13

14 ¿Cuál de los siguientes números no es divisor de 72?

A) 24 B) 18 C) 36 D) 42

15 ¿Cuál es el número múltiplo de 5 más próximo mayor que 1473?

A) 1470 B) 1475 C) 1480 D) 1485

16 ¿Cuánto se debe agregar como mínimo a 18317 para que resulte múltiplo de 9?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8

17 ¿Cuál es el número múltiplo de 9 más próximo mayor que 24173?

A) 24174 B) 24175 C) 24180 D) 24179

18 Uno de los siguientes números no es múltiplo de 9. Identifica cuál.

A) 7632 B) 79245 C) 57086 D) 7623

19 ¿Cuál es el número múltiplo de 10 más próximo mayor que 64573?

A) 64580 B) 64570 C) 64590 D) 64600

20 ¿Cuál es el menor número de dos cifras que se debe agregar a 43872 para que resulte múltiplo de 10?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19

21 ¿Cuál de los siguientes números no es divisor de 50?

A) 25 B) 20 C) 10 D) 2

22 ¿Cuál es el menor número de dos cifras que se debe agregar a 5853 para que resulte múltiplo de 4?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13

23 ¿Cuántos valores puede tomar la cifra x de $\overline{79x2}$ para que sea múltiplo de 4?

A) 5 B) 2 C) 3 D) 4

24 ¿Cuál es el número múltiplo de 4 más próximo mayor que 565?

A) 566 B) 568 C) 570 D) 572

25 ¿Cuál es el menor número de dos cifras que se debe agregar a 56275 para que resulte múltiplo de 3?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13

26 ¿Cuántos valores puede tomar la cifra x de $\overline{5467x}$ para que sea múltiplo de 4?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

27 ¿Cuál de los siguientes números no es un múltiplo de 9?

A) 7245 B) 3321 C) 68136 D) 52614

28 ¿Cuál de los siguientes números no es un múltiplo de 4?

A) 2744 B) 3236 C) 61366 D) 51264

29 ¿Cuál es la menor cifra que hay que añadir a la derecha de 3971 para que resulte múltiplo de 3?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

30 ¿Cuál es la menor cifra que hay que añadir a la derecha de 5397 para que resultemúltiplo de 4?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

31 ¿Cuál es la menor cifra que hay que añadir a la derecha de 6722 para que resulte múltiplo de 10?

A) 0 B) 8 C) 2 D) 5

32 ¿Cuál es la menor cifra que hay que añadir a la derecha de 95327 para que resulte múltiplo de 9?

A) 0 B) 1 C) 7 D) 6

33 ¿Cuántas cifras 2 hay que añadir a la derecha de 39818 para que resulte múltiplo de 3?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

34 ¿Cuántas cifras 2 hay que añadir a la derecha de 45814 para que resulte múltiplo de 9?

A) 2 B) 1 C) 6 D) 7

35 Cuando el profesor de educación física formó grupos de 8 alumnos, sobraron 3. En ese momento llegó un grupo de alumnos entre 10 y 20 y con todos formó grupos de 8 y no le sobró ninguno. ¿Cuántos alumnos llegaron?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 15

36 A lo largo de una avenida, el alcalde del distrito mandó plantar una secuencia repetida de tres árboles: ciprés, pino, aliso y palmera, en ese orden. Genaro empezó a contar los árboles desde uno de los extremos. ¿Qué árbol lleva el número 40?

A) Ciprés B) pino C) aliso D) palmera

37 Alrededor de una mesa circular están sentadas Alma, Blanca, Celina y Dalila, en ese orden. Ellas juegan a cantar los números sucesivos desde uno. Alma empieza diciendo "uno", luego Blanca dice "dos", y así sucesivamente. ¿A cuál de ellas le toca decir 85?

A) Alma B) Blanca C) Celina D) Dalila

38 Escribe los 5 primeros múltiplos de 4 de tres cifras.

39 Escribe los 5 primeros múltiplos de 3 de tres cifras.

40 Escribe los 5 primeros múltiplos de 9 de tres cifras.

41 Expresa los números 376; 5467; 2387 y 5371 en términos de múltiplo de 5 más el resto correspondiente.

42 ¿Cuánto se debe agregar como mínimo a 3513 para que resulte múltiplo de 10?

43 ¿Cuánto se debe agregar como mínimo a 8731 para que resulte múltiplo de 4?

44 ¿Cuánto se debe agregar como mínimo a 25317 para que resulte múltiplo de 5?

45 ¿Cuánto se debe agregar como mínimo a 18317 para que resulte múltiplo de 9?

46 ¿Cuál es el menor número de dos cifras que se debe agregar a 34873 para que resulte múltiplo de 10?

47 ¿Cuál es el menor número de dos cifras que se debe agregar a 5583 para que resulte múltiplo de 4?

48 ¿Cuál es el menor número de dos cifras que se debe agregar a 5723 para que resulte múltiplo de 3?

49 ¿Cuántos valores puede tomar la cifra x de $\overline{547x6}$ para que sea múltiplo de 4?

50 Escribe cinco números que sean divisibles por 2 y por 3.

51 ¿Qué valor debes dar a la cifra "x" de $\overline{23x73}$ para que sea múltiplo de 9?

52 Escribe los 5 primeros números de dos cifras que sean múltiplos de 4.

53 ¿Cuántos valores puede tomar la cifra x de $\overline{5x473}$ para que sea múltiplo de 3?

54 ¿Cuáles de los siguientes números son divisibles por 9?

125 - 855 - 2187 - 67320 - 45063 - 8117 - 20569

55 ¿Cuál es el menor número de dos cifras que se debe agregar a 7564 para que resulte múltiplo de 5?

56 ¿Cuántos valores puede tomar la cifra x de $\overline{5473x}$ para que sea múltiplo de 4?

57 ¿Cuál es el menor número que debe sumarse a 803842 para obtener un múltiplo de 9?

58 Expresa los números 687; 9647; 6283 y 9374 en términos de múltiplo de 9 más el resto.

59 ¿Cuántos valores puede tomar la cifra x de $\overline{5473x}$ para que sea múltiplo de 5?

60 Expresa los números 236; 4257; 3227 y 3278 en términos de múltiplo de 4 más el resto.

61 ¿Cuál es el menor número de dos cifras que se debe agregar a 278672 para que resulte múltiplo de 9?

62 ¿Cuántas cifras 4 hay que añadir a la derecha de 7493 para que resulte múltiplo de 9?

63 Un capitán del ejército tiene una compañía de 3510 soldados. ¿Puede colocarlos en formación de filas de 2 sin que sobre ninguno? ¿Y de 3? ¿Y de 4? ¿Y de 5? ¿Y de 9? En caso de que no sea posible, ¿cuántos soldados sobran en cada caso?

Autoevaluación

1 Cuando el profesor de educación física formó grupos de 7 alumnos, sobraron 5. En ese momento llegaron 15 alumnos y con todos volvió a formar grupos de 7. ¿Cuántos le sobraron esta vez?

2 Un número de tres cifras dividido entre 9 deja 7 de residuo. Se duplica este número y se vuelve a dividir entre 9. ¿Qué resto se obtiene esta vez?

3 En esta secuencia, ¿qué figura le tocará al número 50?

4 ¿Cuántos valores puede tomar la cifra x de $\overline{5421x}$ para que sea múltiplo de 9?

5 ¿Cuántas cifras 2 hay que añadir a la derecha de 45814 para que resulte múltiplo de 9?

6 Carla visita a su abuelita Josefa cada 5 días. La visitó un día domingo. ¿Dentro de cuántos días volverá a visitarla un día domingo?

5 Números primos, MCD y MCM

Basándonos en la divisibilidad descubriremos un conjunto de propiedades de los números naturales que nos ayudará a resolver problemas cotidianos.

Actuemos con justicia y equidad

La justicia y la equidad consisten en que cada persona debe tener un derecho igual al de los demás. Las desigualdades sociales y económicas deben de resolverse de modo tal que los cargos y puestos deben de estar abiertos para todas las personas bajo condiciones de igualdad de oportunidades (justa igualdad de oportunidades) y resulten en el mayor beneficio de los miembros menos aventajados de la sociedad (el principio de la diferencia).

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Expresa mediante representaciones, la comprensión de los números primos y compuestos y reconoce los múltiplos y divisores en situaciones reales.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Expresa su comprensión del MCM y MCD como el menor de los múltiplos comunes y el mayor de los divisores comunes.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Usa estrategias para descomponer canónicamente los números compuestos, así como para el cálculo del MCM y MCD.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Argumente la diferencia entre números primos y compuestos y las propiedades del MCM y MCD.

Divisores

Números primos

Ana y David tienen un código secreto para comunicarse usando dos frases. Cada frase está codificado con un número. Para enviar el mensaje multiplican los códigos de las dos frases y envían el producto. El receptor debe descifrar determinando los factores que fueron multiplicados.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

1. Si, "en recreo = 13", "jugamos = 7"; ¿cuál es el mensaje: "jugamos en recreo"? _____

2. ¿Por qué eligieron estos números? _____

Números primos
Son números que tienen exactamente dos divisores, la unidad y sí mismos.
2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; ...

Números compuestos
Son números que tienen más de dos divisores.
4; 6; 8; 9; 10; 12; 14; 15; 16; 18; 20; 21; ...
El uno no es primo ni compuesto.

Ejemplo 1

Escribe los números primos ente 20 y 50: _____

Ejemplo 2

Escribe los números compuestos entre 40 y 60: _____

Números primos entre sí (PESI)

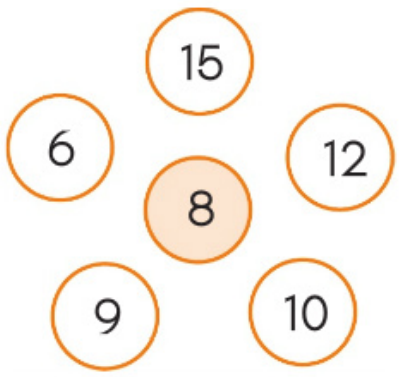
Los **números PESI**, o **primos relativos**, son los que comparten como único divisor a la unidad.

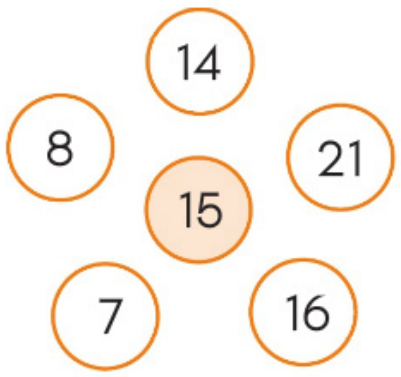
Por ejemplo, 4 y 9 son PESI, porque los divisores de 4 son 1; 2 y 4; los de 9 son 1; 3 y 9. El único número que aparece como divisor de ambos es 1.

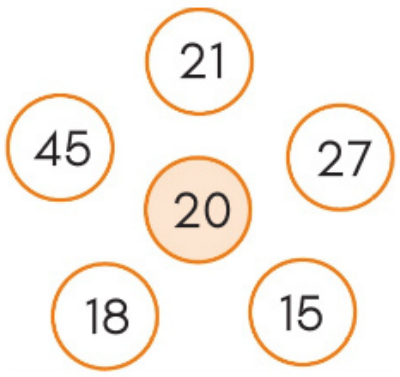
Los números 10 y 14 no son PESI, porque aparte de 1 tienen a 2 como divisor común.

Ejemplo 3

Conecta con una línea los números PESI con el del círculo central.

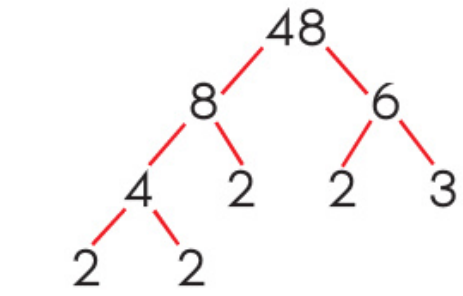






Descomposición canónica

Todo número mayor que 1 se puede descomponer como el producto de factores primos elevados a exponentes naturales. Esta descomposición es única y se llama **descomposición canónica.**



$48 = 2^4 \times 3$ ← descomposición canónica

primos

Veamos algunos ejemplos:

- 60 | 2
  30 | 2
  15 | 3
  5 | 5
  1 |

$\Rightarrow 60 = 2^2 \times 3 \times 5$

- 100 | 2
  50 | 2
  25 | 5
  5 | 5
  1 |

$\Rightarrow 100 = 2^2 \times 5^2$

- 150 | 2
  75 | 3
  25 | 5
  5 | 5
  1 |

$\Rightarrow 150 = 2 \times 3 \times 5^2$

Ten en cuenta

Es descomposición canónica cuando las bases son primos.

$2^3 \times 3^2$ es descomposición canónica de 72.

En cambio $4^2 \times 3^2$ no es descomposición canónica porque 4 no es primo.

Ejemplo 4

Rellena la tabla con la descomposición canónica correspondiente.

N	Desc. canónica
24	
30	
84	

N	Desc. canónica
96	
140	
180	

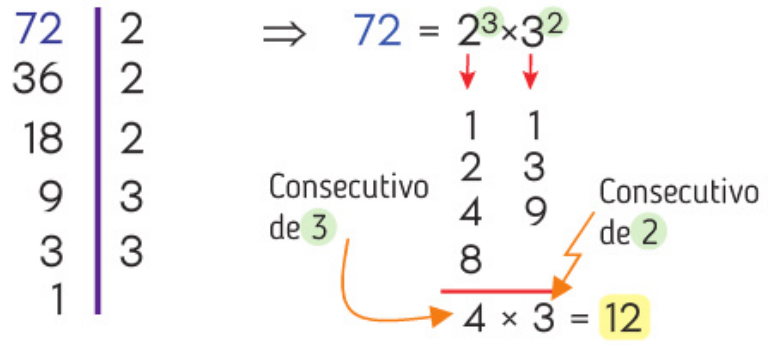
Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Cantidad de divisores (DN)

Los divisores de un número se generan por la combinación de sus divisores primos y sus potencias. Cuando estamos interesados en saber cuántos divisores tiene un número, podemos proceder como sigue. Observa el siguiente ejemplo.

¿Cuántos divisores tiene el número 72?

Hallamos la descomposición canónica de 72



Para hallar la cantidad de divisores de un número, basta descomponerlo canónicamente y multiplicar los consecutivos de los exponentes de los factores primos de la descomposición.

Total divisores = Divisores primos + Divisores compuestos + 1

Ejemplo 6

Completa la tabla con la cantidad de divisores para cada número.

N	8	12	24	36	42	90	10	120	200	350	450
DN											

Nivel básico

1 **Escribe** si es verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

I. El número 33 es primo. ( )

II. El número 21 es compuesto. ( )

III. 15 y 16 son PESI. ( )

2 De las afirmaciones:

I. Un número primo siempre es impar.

II. El 2 es el único primo par.

III. 23 es un número primo.

Son verdaderas:

3 De las proposiciones:

I. 10 y 15 son primos entre sí.

II. Un número primo siempre es PESI con cualquier otro número.

III. Un número par siempre es PESI con un número impar.

Son verdaderas:

4 Para que el número 20 sea primo:

I. Hay que sumarle 9.

II. Hay que restarle 7.

III. Hay que multiplicarlo por 3.

Son ciertas:

5 ¿Cuántos números primos hay entre 20 y 40?

Nivel intermedio

6 La edad de Mario es un número primo de dos cifras distintas que al invertir el orden de sus cifras sigue siendo primo. ¿Cuántos años tiene como mínimo?

7 **Identifica** la proposición verdadera:

A) 24 tiene 9 divisores.

B) 35 tiene 6 divisores.

C) 48 tiene 10 divisores.

8 ¿En cuánto aumenta la cantidad de divisores de 24 cuando se le multiplica por 2?

9 ¿Cuántos divisores más que 100 tiene 72?

10 **Busca** los dos menores números primos, de dos cifras, tal que entre ellos haya 5 números compuestos.

Nivel avanzado

11 ¿Cuál de los números, $A = 2^3 \times 3^2 \times 5$ o $B = 3^4 \times 5 \times 7^2$ tiene más divisores?

12 Respecto al número $N = 2^4 \times 3^3 \times 5^2$.

A) Tiene 80 divisores.

B) Tiene 56 divisores compuestos.

C) Tiene más divisores primos que 210.

13 ¿Qué exponente debe tener 5 en la descomposición canónica de $N = 2^3 \times 3^2 \times 5^x$ para que N tenga 24 divisores?

14 ¿Cuál es el menor número por el que hay que multiplicar a 24 para duplicar su cantidad de divisores?

Tarea

1 **Escribe** la lista de los 5 primeros números primos mayores que 20.

2 **Escribe** la lista de los 6 primeros números compuestos mayores que 30.

3 **Ordena** los números 20; 30 y 40 en forma ascendente, de acuerdo a la cantidad de sus divisores.

4 **Elabora** un gráfico de barras con la cantidad de divisores de 20; 25 y 30.

Divisibilidad y números primos

MCD Y MCM
Métodos de obtención

Don Gervacio tiene un establo de vacas lecheras. Para abastecer de agua a sus animales, mandó construir dos reservorios de agua que serán abastecidos desde un canal de riego. Uno resultó de 380 litros de capacidad y el otro de 340 litros.

Quiere comprar un balde de la mayor capacidad posible, de modo que pueda llenar ambos reservorios con un número exacto de viajes.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

1. ¿Qué capacidad debe tener el balde? _____

2. ¿Con cuántos viajes se llena cada reservorio? _____

Divisores	Número	Múltiplos positivos
1 2 4	4	4 8 12 16 20 24 28 ...
1 2 3 6	6	6 12 18 24 30 36 ...

divisores comunes; mayor (MCD); menor (MCM); múltiplos comunes

MCD(4; 6) = 2

MCM(4; 6) = 12

Máximo común divisor (MCD)
El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de los divisores comunes.

Mínimo común múltiplo (MCM)
El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes.

Completa las tablas:

Números	MCD	MCM
6; 8		
12; 8		
10; 15		

Números	MCD	MCM
6; 8; 12		
12; 20: 24		
20; 15; 30		

Resolviendo: (Problema introductorio)

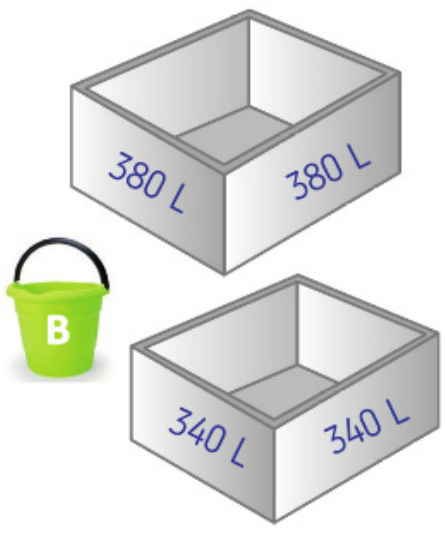
El volumen del balde debe ser divisor de 340 L y 380 L, y el mayor posible:

Volumen del balde = MCD(340; 380)

340 = 20×17
380 = 20×19
} El mayor divisor común de 340 y 380 es 20.

Volumen del balde = 20 L

Número de viajes = (340 + 380)÷20 = 36



Ten en cuenta

El MCD de dos números es igual al MCD del menor y la diferencia entre ambos.

Por ejemplo, para calcular el MCD de 60 y 36 hallamos la diferencia 60 – 36 = 24.

Ahora calculamos el MCD de 36 y 24.

Para calcular el MCD de 36 y 24 hallamos la diferencia 36 – 24 = 12.

Ahora calculamos el MCD de 24 y 12:

∴ MCD(24; 12) = 12
MCD(60; 36) = 12

Otra estrategia para el cálculo del MCD y el MCM, es dividir los números entre un factor común, calcular el MCD o el MCM de los cocientes y multiplicar por el factor común por el que se dividió.

Por ejemplo, para calcular el MCD y el MCM de 40 y 60, dividimos ambos entre 10:

MCD(4; 6) = 2

MCM(4; 6) = 12

∴ MCD(40; 60) = 20
MCM(40; 60) = 120

Métodos de cálculo del MCD y el MCM

Cuando los números son pequeños, el MCD y el MCM los podemos calcular mentalmente, pero cuando son números grandes hay que utilizar una técnica de cálculo. Hay varios métodos para obtener el MCM y el MCD. Veamos a continuación:

A. Por descomposición simultánea

Hallemos el MCD y MCM de 12; 18 y 30:

	12	18	30	
	6	9	15	2
PESI	2	3	5	3
	1	3	5	2
	1	1	5	3
	1	1	1	5

MCD = 2×3 = 6

MCM = 2×3×2×3×5 = 180

Se van extrayendo los divisores comunes de los números hasta que resulten PESI.

El MCD es el producto de los divisores comunes extraídos.

Se continúa extrayendo los divisores no comunes hasta que resulten 1.

El MCM es el producto de los divisores comunes y no comunes extraídos.

B. Por descomposición canónica

Hallemos el MCD y MCM de 120; 132 y 252.

Descomponemos canónicamente los números:

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$

132	2
66	2
33	3
11	11
1	

$132 = 2^2 \times 3 \times 11$

252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

El MCD es el producto de los factores primos comunes elevados a su menor exponente.

➡ MCD = $2^2 \times 3 = 12$

El MCM es el producto de los factores primos comunes y no comunes elevados a su mayor exponente.

➡ MCM = $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11 = 27\,720$

Ten en cuenta

Términos para designar múltiplos y divisores

Para expresar que un número es divisor de otro se suele decir que está contenido.

Por ejemplo, 6 está contenido en 30, que equivale a decir que 6 es divisor de 30.

Del múltiplo se dice que contiene.

Por ejemplo, 30 contiene a 6; lo que quiere decir que 30 es múltiplo de 6.

Por lo tanto, usando estos términos, el MCD es el mayor número contenido y el MCM, el menor número que contiene.

El mayor número contenido en 12 y 18 es 6, esto es, MCD(12; 18) = 6.

El menor número que contiene a 20 y 30 es 60; que es equivalente a MCM(20; 30) = 60.

Nivel básico

1 En cada recuadro, **escribe** los signos >, < o =, según corresponda.

a) MCM(10; 15) ☐ MCM(12; 10)

b) MCD(18; 27) ☐ MCD(35; 36)

c) MCM(21; 35) ☐ MCM(7; 15)

2 ¿Cuál es el mayor número que divide a 24; 48 y 72?

3 Encuentra el menor múltiplo común de 16; 24 y 36.

4 ¿Cómo obtendrías la lista de los divisores comunes de 24 y 36?

5 Los múltiplos comunes de 15 y 20 son:

A) Infinitos B) Dos C) Cinco

Nivel intermedio

6 Ángela y Liliana acuden al mismo spá: Ángela asiste cada 10 días y Liliana cada 15. Un día se encontraron en el spá. ¿Dentro de cuántos días volverán a encontrarse?

7 En un vecindario, un heladero pasa cada 3 horas y un reciclador pasa cada dos horas. Hace una hora pasaron ambos. ¿Dentro de cuántas horas volverán a pasar juntos?

8 Alrededor de un cartel rectangular de 60 cm de largo y 45 de ancho, se coloca la menor cantidad de tachuelas. Si deben estar a la misma distancia una de otras, ¿cuántas tachuelas se colocan?

9 Tengo un campo rectangular de 135 m de largo y 105 m de ancho y quiero cercarlo. En el perímetro debo colocar postes de soporte a igual distancia y uno en cada esquina. ¿Cuántos postes necesito como mínimo?

10 Jonathan tiene una cuerda de 80 metros y otra de 96 metros. Desea cortarlas de modo que todos los trozos sean iguales y lo más largos posible. ¿Cuántos trozos de cuerda obtendrá?

Nivel avanzado

11 Un faro se enciende cada 12 s, otro cada 18 y otro cada 60. Si a las 6:30 de la tarde coinciden los 3, **averigua** cuántas veces van a coincidir en los 5 minutos siguientes.

12 Un autobús pasa por una parada cada 15 minutos, otro cada 20 minutos y uno tercero cada 25 minutos. Si a las 9 de la mañana pasan por ese lugar los tres autobuses, ¿cuánto tiempo mínimo tiene que pasar para que vuelvan a parar los tres simultáneamente? ¿A qué hora vuelven a coincidir?

13 Adriano quiere instalar en su jardín tres diferentes tomas de agua automáticas para regar. La primera toma se abrirá cada 5 horas, la segunda lo hará cada 6 horas y la tercera, cada 10 horas.

Si la primera vez que inicia el contador es al mediodía, ¿qué hora volverán a regar al mismo tiempo todas las tomas?

14 En un grifo hay un barril con 60 litros de petróleo y otro con 72 litros. Se quiere envasar el contenido de estos barriles en galoneras del mismo tamaño. ¿Cuántas se necesitan como mínimo?

Tarea

1 **Llena** los casilleros de la tabla.

Número	MCD	MCM
16; 8		
26; 13		
11; 12		
8; 9		

2 Alexandra lleva al colegio dos bolsas con igual cantidad de caramelos en cada una. El contenido de una bolsa los reparte en un salón dando 5 caramelos a cada niño y el contenido de la otra lo reparte dando 6 caramelos a cada niño. ¿Cuántos caramelos como mínimo contenía cada bolsa?

3 En una avenida hay tres semáforos. El primero prende la luz verde cada 20 segundos, el segundo, cada 30 segundos y el tercero 35 segundos. Si hace un minuto prendieron los tres, ¿dentro de cuánto tiempo volverán a prender luz verde los tres semáforos?

4 Eloy tiene tres listones de madera de 240 cm, 180 cm y 270 cm. Quiere cortarlos en piezas de máximo tamaño para guardarlos en el almacén. ¿Qué longitud debe tener cada pieza y cuántas piezas obtiene en total?

Propiedades del MCD y el MCM

Métodos de obtención del MCD y MCM

Doña Gertrudis quiere confeccionar una manta colash de forma rectangular de 2 m de largo por metro y medio de ancho, reciclando los pedazos de tela que sobran en la fábrica de confecciones de su hija.

Las piezas que ha reciclado las cortará en forma de cuadrados.

VIDEO DE TEORÍA

Responde:

Si quiere utilizar el menor número de piezas, ¿qué longitud debe tener el lado de cada una?

Cuando los números son PESI

Cuando dos números son PESI, el único divisor común que tienen es el 1. Entonces, el MCD de dos números PESI es la unidad y el MCM, el producto.

- 8 y 15 son PESI:
  MCD(8; 15) = 1
  MCM(8; 15) = 8×15 = 120

Cuando uno es múltiplo del otro

Si de dos números, uno de ellos es múltiplo del otro, el MCD es el menor y el MCM, el mayor.

- 24 es múltiplo de 12:
  MCD(24; 12) = 12
  MCM(24; 12) = 24

Producto de dos números

El producto de dos números es igual al producto de su MCD y MCM.

- Dados los números 20 y 30: } 20×30 = 600
- MCD(20; 30) = 10
  MCM(20; 30) = 60 } 10×60 = 600

Alteración del MCD y MCM

Si a dos números se les multiplica por algún factor natural, su MCD y su MCM también quedan multiplicados por el mismo factor.

- MCD(12; 18) = 6
  MCM(12; 18) = 36
- MCD(24; 36) = 12
  MCM(24; 36) = 72 } Fueron multiplicados por 2.

Ejemplo

Completa las tablas:

Número	MCD	MCM
5; 8		
9; 10		
9; 16; 25		

Número	MCD	MCM
18; 6		
15; 45		
12; 24; 48		

Número	MCD	MCM
12; 18		
24; 36		
48; 72		

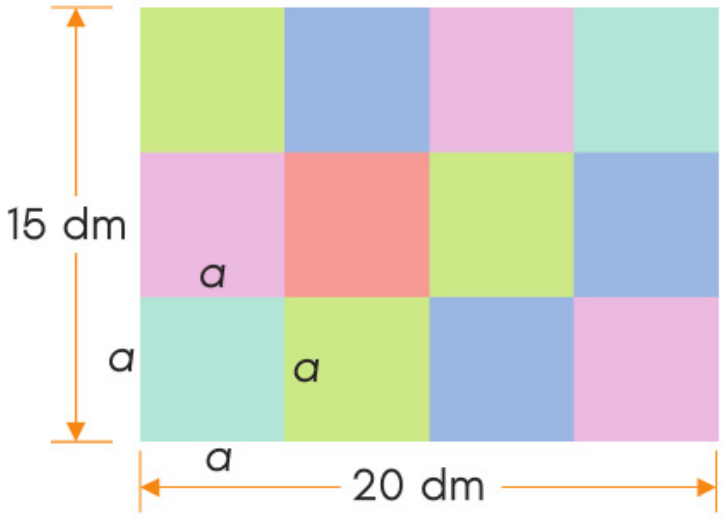
Resolviendo: (Problema introductorio)

- 2 m y 1,5 m los pasamos a decímetros, multiplicando cada uno por 10:

  2 m = 20 dm 1,5 m = 15 dm

- El lado *a* de cada cuadrado debe ser divisor tanto de 20 como de 15, además, el mayor posible para que entren menos piezas, o sea tiene que ser el MCD de 20 y 15.

- MCD(15; 20) = 5 dm



∴ El lado de cada pieza debe medir 0,5 m = 5 dm = 50 cm

Nivel básico

1 En cada recuadro, **escribe** los signos >, < o =, según corresponda.

a) MCD(20; 10) ☐ MCM(2; 5)

b) MCD(18; 9) ☐ MCD(4; 9)

c) MCM(24; 6) ☐ MCM(3; 8)

2 Si a los números 18; 24 y 36 los dividimos entre 3, entonces:

A) El MCM se triplica.

B) El MCD queda dividido entre 3.

C) El MCM resulta la mitad.

3 ¿En cuál o cuáles de los siguientes casos el MCD de dos números es 1?

I. Los números son primos entre sí.

II. Los números son consecutivos.

III. Uno de ellos es primo absoluto.

4 Los números 24; 40 y 60 se dividen cada uno entre el MCD. Los cocientes resultan:

A) Números consecutivos.

B) Números impares.

C) Números primos entre sí.

5 El producto de dos números es 60. Si el MCD es 4, ¿cuál es el MCM?

Nivel intermedio

6 ¿Cuál será la menor cantidad de caramelos que se puede repartir en partes iguales entre grupos de 20; 30 o 60 niños? Determina en cada caso, ¿cuántos caramelos les toca a cada niño?

7 Un artesano tiene 36 perlas plateadas, 48 blancas y 66 verdes. Con todas ellas desea armar el mayor número de collares del mismo color. ¿Cuántas puede armar? ¿Cuántas perlas de cada color tendrán?

8 Para llegar al andén de una estación del metro, Carlos sube la escalera de 2 en 2 peldaños, Juan, de 3 en 3 y Pedro, de 5 en 5. ¿Cuántos peldaños tiene como mínimo la escalera?

9 La abuela Margarita toma una pastilla cada 6 horas y una cápsula cada 8 horas. Si hace 5 horas tomó ambas, ¿dentro de cuántas horas le toca tomar las dos?

10 ¿Cuál es la mayor cantidad de sandwiches que se puede preparar con 42 salchichas y 63 tajadas de queso, si todos los sandwiches deben contener los mismos ingredientes? ¿Qué contendrá cada uno?

Nivel avanzado

11 Tres amigos practican deportes en un club: Juan cada 3 días, Jorge cada 4 días y Ernesto cada 8 días. El 20 de mayo se encontraron en el club. ¿En qué fecha volverán a encontrarse?

12 En sendas peceras, se quiere poner 42 peces amarillos y 63 peces rojos. Si se quiere utilizar la mayor cantidad de peceras y que todas tengan peces amarillos y rojos en la misma proporción, ¿cuántas peceras se tendrá que usar?

13 Zulema tiene 40 confites y 32 bombones para repartir en bolsitas. Quiere armar la mayor cantidad de bolsitas que contengan las mismas golosinas. ¿Cuántas bolsitas puede armar sin que sobre nada? ¿Qué golosinas contendrá cada una?

14 Para transportar 24 jarrones y 18 floreros de tamaños similares se va a construir cajas de igual forma y capacidad, lo más grandes posible, de tal forma que cada caja contenga el mismo número de jarrones y floreros. ¿Cuántos jarrones deben ir en cada caja?

Tarea

1 **Completa** la tabla:

Número	MCD	MCM
15; 5		
18; 6		
8; 9		
5; 12; 15		

2 Dos cometas se acercan al Sol, uno cada 100 años y otro cada 75 años. Si se han aproximado juntos al Sol en 1990. ¿cuándo volverán a encontrarse?

3 Tres personas practican gimnasia en un parque. Una da vueltas caminando, otra, trotando y otra, corriendo. La primera tarda 10 minutos en dar una vuelta, la segunda tarda 6 minutos y la tercera 2 minutos. Si comenzaron a la misma hora y en el mismo lugar, ¿cada cuánto tiempo vuelven a encontrarse los tres en el punto de partida?

4 Para festejar el Día del Amigo, Justina compró 24 chocolates y 36 caramelos. Ella quiere armar bolsas de regalo que contenga, cada una chocolates y caramelos en la misma proporción. ¿Para cuántos amigos le alcanzará? ¿Qué deberá colocar en cada bolsa?

Reforzando - Unidad 5

1 Es un múltiplo común de 3 y 4:

A) 28 B) 32 C) 36 D) 45

2 Es un múltiplo común de 4 y 5:

A) 40 B) 45 C) 30 D) 50

3 Es un divisor común de 12 y 15:

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

4 Es un divisor común de 20 y 30:

A) 6 B) 8 C) 10 D) 15

5 No es un múltiplo común de 3 y 4:

A) 24 B) 36 C) 42 D) 60

6 No es un múltiplo común de 4 y 5:

A) 60 B) 30 C) 40 D) 80

7 No es un divisor común de 18 y 24:

A) 6 B) 9 C) 2 D) 3

8 No es un divisor común de 48 y 72:

A) 24 B) 36 C) 12 D) 8

9 El MCD de 36 y 48 es:

A) 6 B) 12 C) 24 D) 18

10 El MCD de 60 y 72 es:

A) 6 B) 12 C) 30 D) 40

11 ¿En cuánto aumenta el MCD de 60 y 40 si 60 se duplica?

A) En 10 B) en 15 C) en 20 D) en 30

12 El MCM de 48 y 60 es:

A) 120 B) 180 C) 240 D) 360

13 El MCM de 80 y 112 es:

A) 240 B) 360 C) 480 D) 560

Olimpiadas nacionales e internacionales

14 ¿En cuánto disminuye el MCM de 60 y 80 si 80 disminuye a la mitad?

A) En 120 B) En 60 C) En 40 D) En 80

15 Para transportar 48 jarrones y 72 floreros de tamaños similares se va a confeccionar cajas de igual forma y capacidad, lo más grandes posible, de tal forma que en cada caja entre el mismo número de objetos. ¿Cuántos jarrones deben ir en cada caja?

A) 12 B) 24 C) 18 D) 36

16 Un recipiente tiene 60 litros de capacidad y otro, de 72 litros. Ambos recipientes se quiere llenar con la misma vasija. ¿Cuál debe ser la capacidad de esta vasija si se la quiere usar el menor número de veces?

A) 10 L B) 12 L C) 6 L D) 15 L

17 Un comerciante va a Lima cada 8 días y otro va cada 10 días. Hoy viajaron ambos a Lima. ¿Dentro de cuántos días viajarán juntos a Lima?

A) 20 días B) 24 días
C) 35 días D) 40 días

18 Zoraida tiene 40 cuentas rojas y 60 cuentas azules, con la cuales quiere hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna cuenta. ¿Cuántos collares puede hacer?

A) 5 B) 10 C) 20 D) 12

19 En un colegio, el timbre de primaria suena cada 40 minutos y el de secundaria cada 50 minutos. Ambos timbres suenan a las 8 de la mañana y volverán a coincidir a la hora de recreo. ¿A qué hora es el recreo?

A) 10 h 40 min B) 11 h 20 min
C) 10 h 50 min D) 11 h 10 min

20 Se compran 24 rosas y 36 claveles, con las que se arma la mayor cantidad de ramilletes posible de modo que en cada uno se mantiene la misma proporción de rosas y claveles. ¿Cuántos claveles incluye cada ramillete?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 12

21 Un padre y un hijo son marineros. Salen juntos pero en barcos diferentes el primer día que el hijo se hace a la mar. El padre vuelve a casa cada 12 días y el hijo lo hace cada 15 días. ¿Cada cuánto tiempo coinciden en casa?

22 Se desea repartir 60 libros y 45 juguetes entre un cierto número de niños, de tal modo que cada uno reciba un número exacto de cada objeto. ¿Cuál es el mayor número de niños que pueden beneficiarse así y qué cantidad libros y juguetes recibiría cada uno?

23 Se desea acondicionar 120 botellas de aceite de palma y 150 botellas de aceite de girasol en cierto número de cajones que contengan el mismo número de botellas, sin que sobre ninguna y sin mezclar las botellas. ¿Cuál es el mayor número posible de botellas que pueden ponerse en cada cajón?

24 Juan y Marta van a correr alrededor de una urbanización de su ciudad. Juan tarda 16 minutos en dar una vuelta completa y Marta tarda 24 minutos. Cuando coincidan en la salida por primera vez, ¿cuántas vueltas habrá dado cada uno?

25 Una habitación tiene 360 cm de largo por 350 cm de ancho. Queremos cubrir el piso con baldosas cuadradas, las más grandes posible. ¿Cuánto tiene que medir el lado de estas baldosas? ¿Cuántas baldosas harán falta?

26 Daniel va a construir un prisma rectangular de dimensiones 60×12×18 cm (altura, anchura y profundidad) con cubos iguales y de volumen máximo. ¿Cuántos cubos tiene que comprar Daniel y con qué dimensiones?

27 En el aeropuerto Jorge Chávez, un avión sale cada 6 horas a Juliaca, otro a Iquitos cada 4 horas y otro a Piura cada 8 Horas. Si a las 00:00 h comienza la programación de los vuelos, ¿cada cuántas horas salen a la vez los aviones a las tres ciudades?

28 En una calle se han instalado dos semáforos: uno de ellos se pondrá en verde cada 3 minutos y el otro, cada 5 minutos. Una vez que se conectan los semáforos, ¿cuánto tiempo tardarán en ponerse en verde al mismo tiempo por primera vez?

29 A Fiorella le han regalado 15 rosas rojas y 20 gardenias y quiere colocarlas en floreros en varias estancias de su casa de modo que cada florero tenga el mismo número de rosas y el mismo número de gardenias y que este número sea el máximo posible. ¿Cuántos floreros necesita Fiorella? ¿Cuántas flores de cada tipo debe poner en cada florero?

30 Carolina quiere coser una colcha collage con retazos de tela cuadrados del mayor tamaño posible. Si la colcha tiene que medir 180 cm de largo y 120 cm de ancho, ¿cuánto deben medir los retazos? ¿Cuántos retazos tiene que recortar para coser la cocha?

31 Roberto quiere cortar dos listones de madera en partes iguales guardarlos. Pero quiere cortarlos lo más largos posible para no desaprovecharlos. Si los listones miden 246 cm y 328 cm, ¿cuánto deben medir los trozos?

32 Jaime practica béisbol con dos lanzadoras de bolas, y su hermana Laura anota los resultados. Como de momento Jaime no ha fallado ningún tiro, Laura programa las lanzadoras para que una dispare cada 12 segundos y la otra, cada 16 segundos. ¿Cuánto tiempo tardarán las máquinas en lanzar una bola al mismo tiempo por primera vez?

33 El auto que se va a comprar José necesita un cambio de aceite cada 40 mil kilómetros y de neumáticos cada 90 mil kilómetros. ¿En cuántos kilómetros coincidirá por primera vez el cambio de aceite y de neumáticos?

Autoevaluación

1 ¿De cuántas maneras diferentes se puede expresar 60 como el producto de dos factores diferentes?

2 ¿Cuál es el menor número de dos cifras que se le debe sumar a 40 para que resulte primo absoluto?

3 Una habitación tiene 360 cm de largo por 270 cm de ancho. Queremos cubrir el piso con baldosas cuadradas, las más grandes posible. ¿Cuánto tiene que medir el lado de estas baldosas? ¿Cuántas baldosas harán falta?

4 En una calle se han instalado dos semáforos: uno de ellos se pondrá en verde cada 4 minutos y el otro, cada 5 minutos. Una vez que se conectan los semáforos, ¿cuánto tiempo tardarán en ponerse en verde al mismo tiempo por segunda vez?

5 Vilma quiere coser una colcha collage con retazos de tela cuadrados del mayor tamaño posible. Si la colcha tiene que medir 200 cm de largo y 180 cm de ancho, ¿cuánto deben medir los retazos? ¿Cuántos retazos tiene que recortar para coser la cocha?

6 ¿Cuántos ladrillos de dimensiones 20 cm, 25 cm y 30 cm se necesitan para formar el menor cubo compacto?

6 Números fraccionarios

Hay cantidades que no se pueden contabilizar o medir utilizando los números naturales, por lo que los números fraccionarios son la herramienta ideal para este tipo de cálculos.

Usamos racionalmente las redes sociales

El uso de las redes sociales se ha vuelto algo casi imprescindible en la época actual. Las redes sociales, como "WhatsApp", "Twitter", "Facebook" o Google+ nos permiten comunicarnos en tiempo real, encontrar gente del pasado, encontrar gente lejana que conozcamos o conocer gente nueva, pero a su vez nos traen aspectos negativos como el esclavizarse en ellas, con los juegos en línea, leyendo noticias de personas ajenas incluso de nuestro entorno, todo lo cual demanda tiempo y energía que si no los usamos racionalmente nos afectará.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Traduce una o más acciones en repartir una unidad en partes iguales. Traduce enunciados verbales en diversas formas de expresiones fraccionarias.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Representa de diversas formas su comprensión de la noción de fracción como parte de la unidad y las equivalencias entre fracciones usuales.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Usa estrategias de conversión de decimales en fracciones y las operaciones con fracciones en la resolución de problemas.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Justifica los métodos de adición de fracciones heterogéneas así como de las operaciones de multiplicación y división de fracciones.

Fracciones

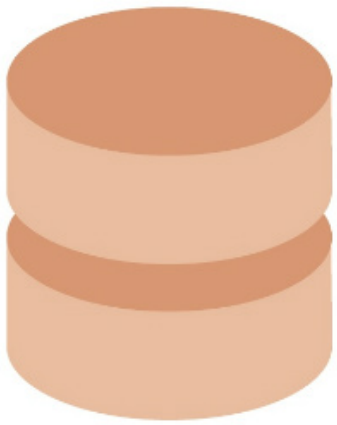
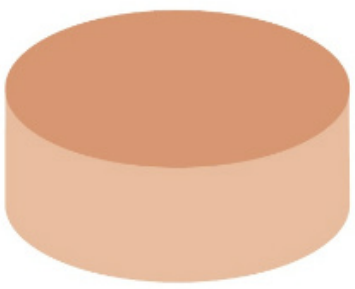
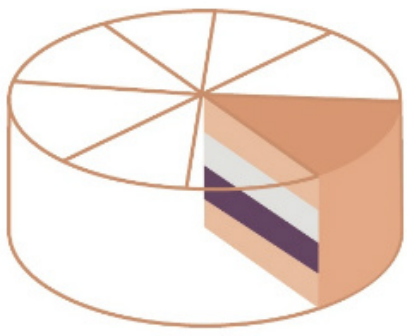
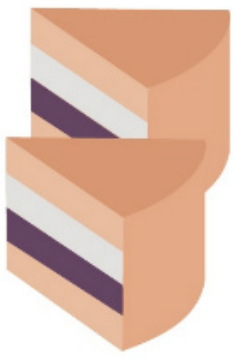
División

Fiorella ha preparado una torta y la ha dividido en 8 partes iguales.

Una parte le dio a Pamela, dos partes a Sebastián, otra parte a Fabián y una parte tomó ella.

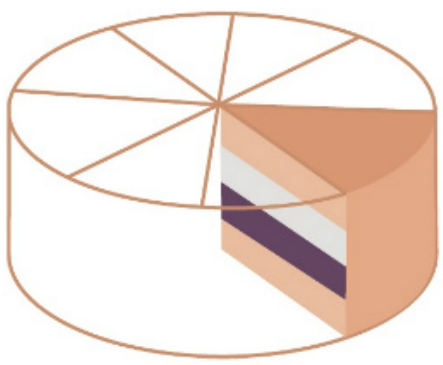
¿Qué cantidad de torta quedó?

VIDEO DE TEORÍA

			
2	1	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$

Como se puede ver en las figuras, los números naturales sirven para contar cantidades enteras. Para contar cantidades más pequeñas que la unidad vamos a utilizar las **fracciones.**

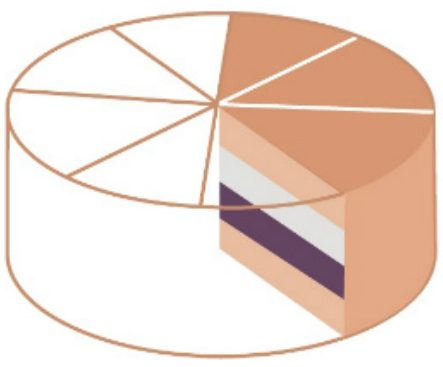
El mecanismo es muy simple. Usaremos dos números naturales, uno para indicar en cuántas partes se ha dividido la unidad y otro para indicar cuántas de esas partes se está tomando.



Se tomó 1 parte → 1 ← Numerador

Se dividió en 8 partes → 8 ← Denominador

Se lee: "Un octavo"



Se tomó 3 partes → 3 ← Numerador

Se dividió en 8 partes → 8 ← Denominador

Se lee: "Tres octavos"

Ejemplo 1

Responde:

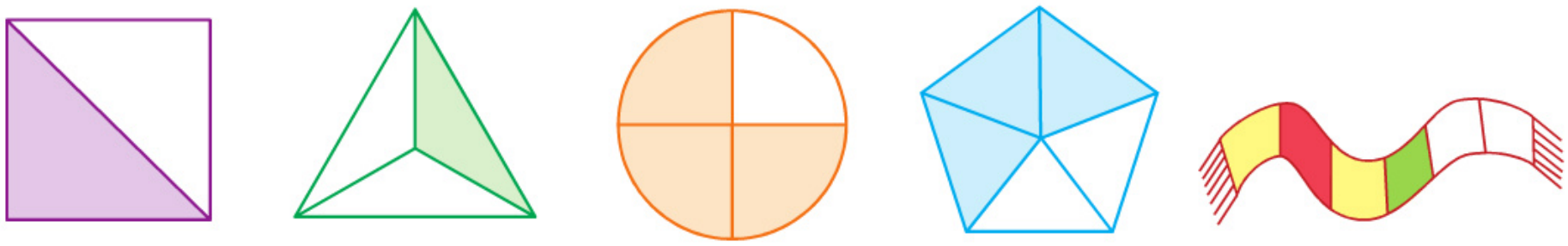
a) ¿Cuántos octavos tiene la unidad? _____

b) Si se comen los 5 octavos de una torta, ¿cuánto queda? _____

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Ejemplo 2

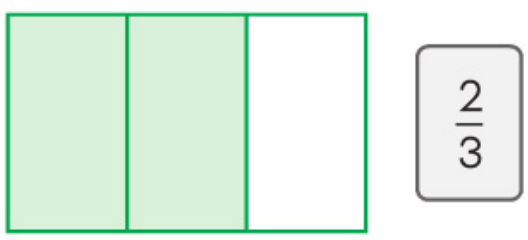
¿Qué parte está coloreada?



$\frac{1}{2}$ ☐ ☐ ☐ ☐

Fracciones equivalentes

¿Qué parte está coloreada? **Escribe** en el recuadro inferior.

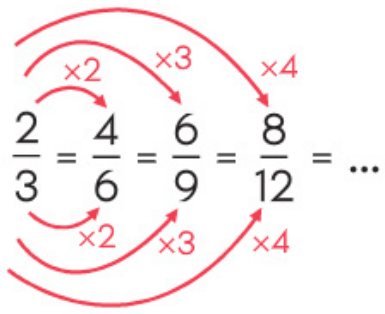


$\frac{2}{3}$ ☐ ☐

En los tres casos, la región coloreada es la misma, sin embargo, las fracciones que indican no son las mismas. Estas fracciones son equivalentes porque representan la misma cantidad. Las fracciones equivalentes se obtienen expandiendo o simplificando la fracción inicial.

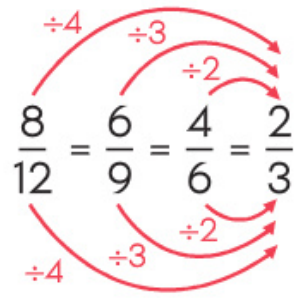
Expansión

Se expande multiplicando ambos términos por un mismo número.



Simplificación

Se simplifica dividiendo ambos términos por un mismo número.



Clasificación de fracciones

Fracción propia

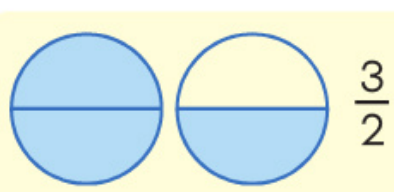
Numerador < denominador

$\frac{2}{3}$

- $\frac{4}{7}$
- $\frac{8}{14}$

Fracción impropia

Numerador > denominador

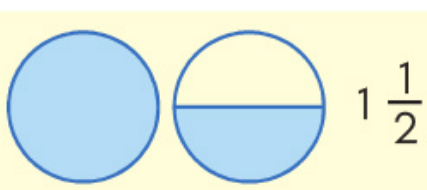


$\frac{3}{2}$

- $\frac{8}{5}$
- $\frac{15}{12}$

Número mixto

Entero + fracción propia

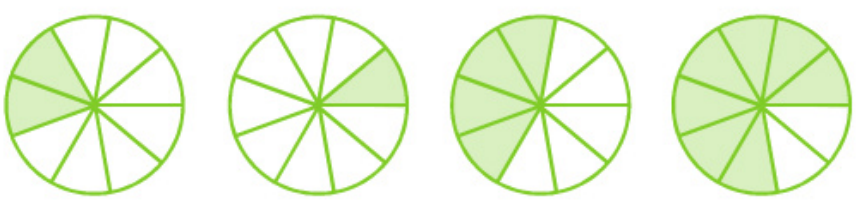


$1\frac{1}{2}$

- $3\frac{5}{8}$
- $2\frac{7}{9}$

Fracciones homogéneas

Denominadores iguales



$\frac{2}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{7}{9}$

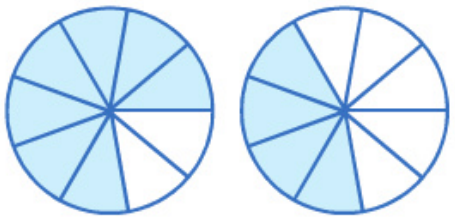
Fracciones heterogéneas

Denominadores diferentes

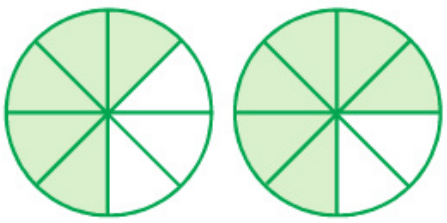
$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{8}$

GENIOMATIC

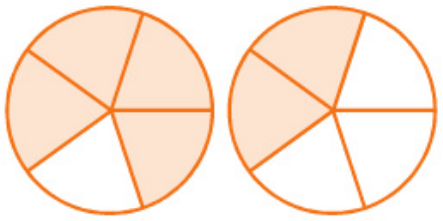
Comparación de fracciones homogéneas



$\frac{7}{9} > \frac{4}{9}$



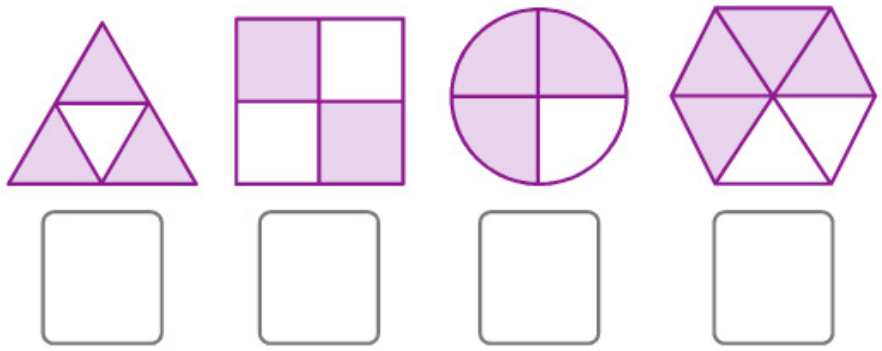
$\frac{5}{8} < \frac{6}{8}$



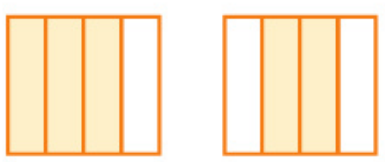
$\frac{4}{5} > \frac{2}{5}$

Nivel básico

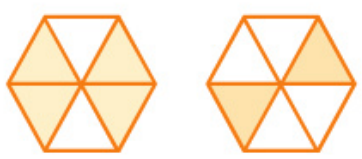
1 **Indica** la fracción coloreada.



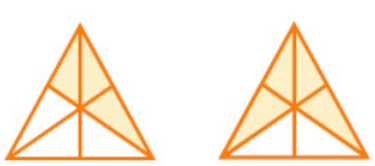
2 **Escribe** la fracción coloreada de la figura y compáralas. **Usa** <, > o =.



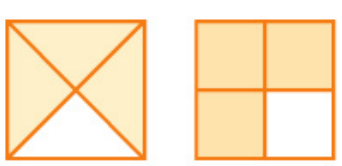
$\frac{3}{4} \bigcirc \frac{2}{4}$



$\frac{4}{6} \bigcirc \frac{2}{6}$



$\frac{3}{6} \bigcirc \frac{4}{6}$



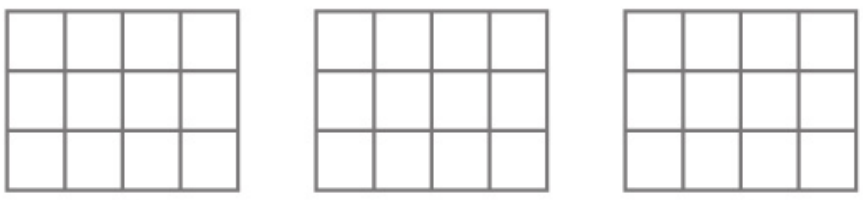
— ○ —

3 **Compara** cada par de fracciones. **Usa** <, > o =.

$\frac{3}{5} \bigcirc \frac{1}{2}$ $\quad \frac{2}{8} \bigcirc \frac{7}{8}$ $\quad 1 \bigcirc \frac{4}{4}$

$\frac{7}{8} \bigcirc \frac{9}{8}$ $\quad \frac{3}{4} \bigcirc \frac{2}{4}$ $\quad \frac{5}{5} \bigcirc \frac{8}{8}$

4 **Pinta** la fracción indicada.



$\frac{5}{6}$ $\quad \frac{2}{3}$ $\quad \frac{7}{12}$

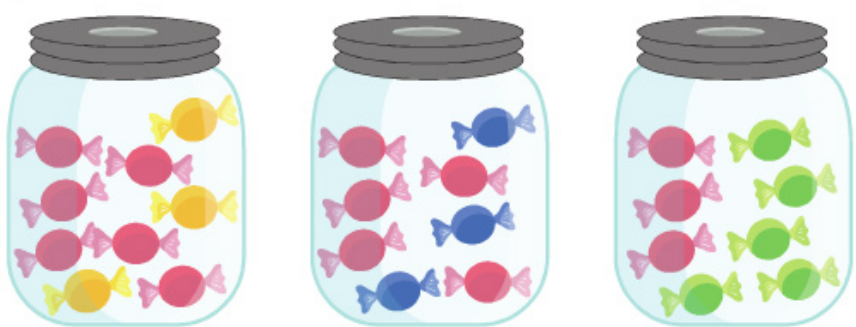
5 ¿Cuál presenta más partes coloreadas?

A

B

Nivel intermedio

6 ¿Qué fracción de caramelos son rojos?



— $\quad$ — $\quad$ —

7 Américo tiene 8 caramelos de los cuales 5 son amarillos. ¿Qué fracción de sus caramelos son amarillos?

8 Andrea tenía 12 soles. Con 4 soles compró un helado. ¿Qué fracción de su dinero gastó?

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

9 María tiene una sandía que pesa 8 kilogramos. Si comió 3 kilogramos, ¿qué fracción de la sandía queda?

10 Miguel tiene 20 soles. Si con los 3/4 de lo que tenía compró un polo, ¿cuánto costó el polo?

Nivel avanzado

11 Cinco compañeros se reparten una sandía en partes iguales. ¿Qué fracción de la sandía le corresponde a cada uno?

12 Emma parte un pastel en doce porciones iguales. Si come una porción, ¿qué parte del pastel no comió?

13 Un terreno se divide en 5 parcelas iguales. En dos de ellas se siembra zanahorias y en las otras dos, rabanitos. ¿Qué fracción del terreno queda sin sembrar?

14 **Divide** cada figura en partes iguales y pinta la fracción que se indica.

$\frac{3}{8}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{10}$

Tarea

1 ¿Cuántas de las siguientes fracciones son equivalentes a 6/8?

$\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{12}{16}$ $\frac{15}{20}$ $\frac{9}{18}$

2 Alfonso tenía 24 soles, y con los 2/3 compró una bebida. ¿Cuánto le queda?

3 Leonardo tiene 30 soles, y con los 3/5 compra una lámpara. ¿Cuánto le queda?

4 **Ordena** ascendentemente las fracciones:

$\frac{7}{9}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{3}{9}$

Fracción

Adición y sustracción de fracciones

Adición de fracciones

Isaac tiene el hábito de tomar diariamente una jarra de leche.

En la mañana toma los 3/5 de la jarra y al mediodía 1/5.

¿Qué fracción de leche consume hasta el mediodía?

VIDEO DE TEORÍA

Adición de fracciones homogéneas

En los gráficos, se puede ver que hasta el mediodía Isaac ha consumido:

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \text{ de la jarra}$$

Para sumar fracciones homogéneas es suficiente sumar los numeradores manteniendo el denominador común.

- $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} =$ ☐
- $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} =$ ☐
- $\frac{1}{8} + \frac{2}{8} =$ ☐
- $\frac{5}{9} + \frac{3}{9} =$ ☐

Adición de fracciones heterogéneas

Sumemos: $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$

- Convirtiendo en fracciones equivalentes:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3}{4} \xrightarrow{\times 3} \frac{9}{12} \\ \frac{1}{6} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{12} \end{array}\right\} \quad \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

- Usando un algoritmo:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9 + 2}{12} = \frac{11}{12}$$

(12÷4)×3 (12÷6)×1

MCM(4; 6)

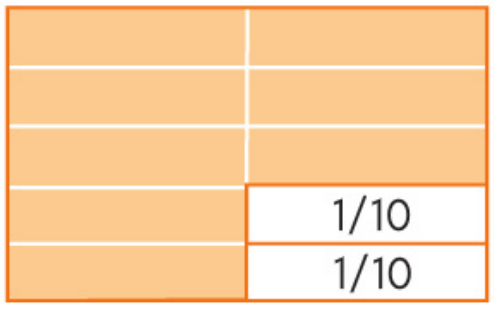
Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Sustracción de fracciones

Javier compró una papaya. La partió en dos partes iguales. Una de las partes la dividió en 5 partes y dos de ellas la consumió.

¿Qué fracción de la papaya queda?

Representemos gráficamente la situación:



Total: $\frac{10}{10}$

Queda:

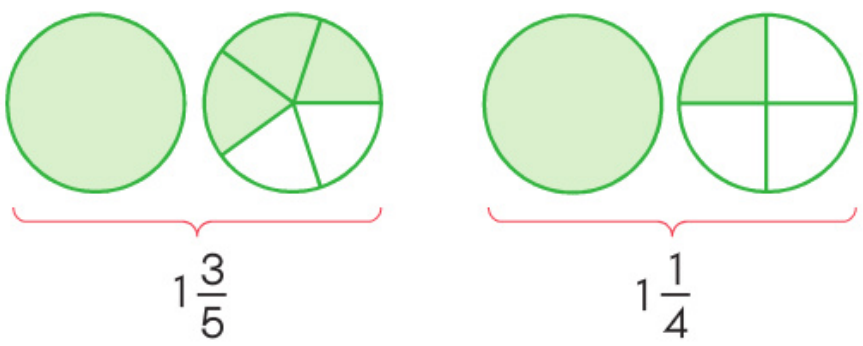
$$\frac{10}{10} - \frac{2}{10} = \frac{10-2}{10} = \frac{8}{10}$$

Tanto la adición como la sustracción de fracciones tiene el mismo procedimiento, solo se debe tener en cuenta el signo.

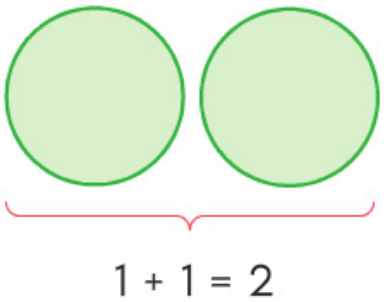
- $\frac{7}{11} + \frac{8}{11} - \frac{6}{11} = \frac{7+8-6}{11} = \frac{9}{11}$
- $\frac{4}{6} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{16+18-15}{24} = \frac{19}{24}$

Adición y sustracción de números mixtos

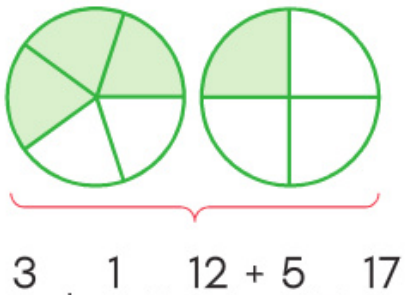
Sumemos: $1\frac{3}{5} + 1\frac{1}{4}$:



a) Sumamos los enteros y aparte las fracciones.



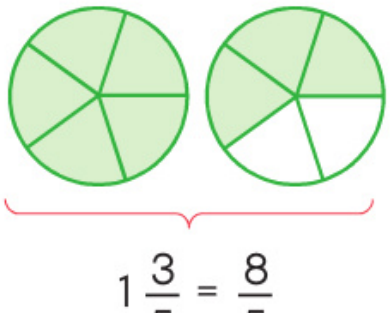
$1 + 1 = 2$



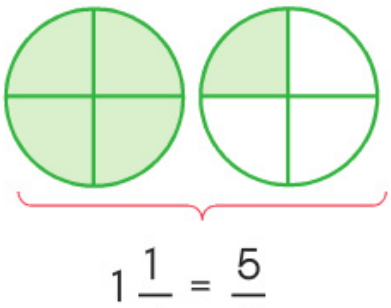
$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12+5}{20} = \frac{17}{20}$

Suma: $2\frac{17}{20}$

b. Convertimos a fracción impropia y sumamos.

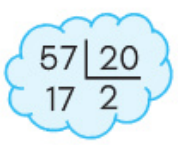


$1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$



$1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

$\frac{8}{5} + \frac{5}{4} = \frac{32+25}{20} = \frac{57}{20} = 2\frac{17}{20}$



Ejemplo

Efectúa las siguientes adiciones:

- $2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{4}$:
- $2\frac{2}{5} + 4\frac{1}{6} - 3\frac{3}{10}$:

GENIOMATIC

Fracciones complementarias

Dos fracciones son complementarias si su suma es la unidad.

- Si gasto los $\frac{3}{5}$ de mi dinero me quedan los $\frac{2}{5}$: $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1$ ➡ $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{5}$ son complementarios
- Si reparto los $\frac{5}{8}$ de mi torta me quedan los $\frac{3}{8}$: $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{8}{8} = 1$ ➡ $\frac{5}{8}$ y $\frac{3}{8}$ son complementarios

Nivel básico

1 **Expresa** mediante una adición las partes coloreadas de cada figura.

2 Si gasto un 1/4 de mi ahorro en una entrada al estadio y 2/5 en golosinas, ¿qué parte de mi ahorro me queda?

3 Luego de comprar un regalo me quedé con los 3/8 de lo que tenía. ¿Qué fracción de lo que tenía gasté en el regalo?

4 Son las 2 de la tarde. ¿Qué fracción del día ha pasado y qué fracción falta para que termine?

5 En la primera hora, el estadio se llenó en la quinta parte de su capacidad, en la siguiente hora, en los 3/8 más. ¿Qué parte de su capacidad falta llenar?

Nivel intermedio

6 Luis ha gastado los 5/6 de su ahorro y le quedan 80 soles. ¿Cuánto gastó Luis?

7 Luego de comprar un yogurt me quedan los 3/8 de lo que tenía. ¿Qué parte de lo que tenía gasté?

8 Luego de gastar 25 soles me quedé con los 2/7 de lo que tenía. ¿Cuánto me queda?

9 Un camión que contenía 20 toneladas de fruta ha descargado una parte y aún contiene los 2/5 de la carga. ¿Cuántas toneladas descargó?

10 En una clase, los 2/5 son varones y las chicas son 15. ¿Cuántos alumnos tiene la clase?

Nivel avanzado

11 Un atleta recorre 3/5 de la pista y en el siguiente minuto, 1/4 de la pista. ¿Qué fracción de la pista le falta recorrer?

12 Mi cuaderno tenía originalmente 80 páginas, pero he usado 1/5 y he arrancado 3/8. ¿Cuántas páginas quedan disponibles? ¿Cuál es la fracción de páginas que quedan?

13 Anita y Carmen están separadas cierta distancia. Si parten simultáneamente al encuentro, ¿qué parte de la distancia las separa en el momento en que Anita ha recorrido los 2/9 y Carmen los 2/3?

14 Vendí mi moto en 960 soles, ganando los 3/5 de lo que me costó. ¿Cuánto gané?

Tarea

1 **Efectúa** las siguientes operaciones:

- $\frac{8}{5} - \frac{6}{5}$
- $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$
- $\frac{9}{13} - \frac{5}{13}$

2 **Efectúa** las sustracciones:

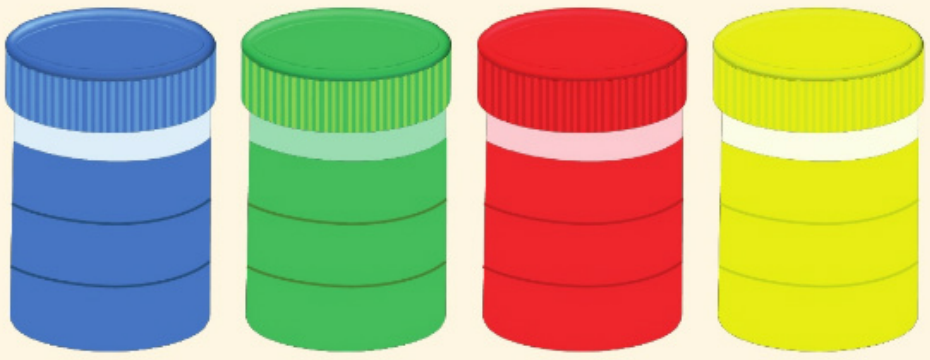
- $\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$
- $\frac{5}{4} - \frac{3}{5}$
- $\frac{11}{9} - \frac{2}{3}$

3 Para obtener 60 soles me faltan las 3/5 partes. ¿Cuánto tengo?

4 Con los 2/3 de mi ahorro compré una camiseta y con 1/5, una toalla. Si me quedan 40 soles, ¿cuánto tenía ahorrado?

Adición de fracciones

Multiplicación de fracciones



Dazú tiene 4 pomitos de témperas llenas en sus tres cuartas partes.

Él se pregunta cuántos pomitos llenos de témpera tiene en total.

VIDEO DE TEORÍA

Representamos gráficamente la cantidad de témperas de cada color.

Vamos llenando los pomitos y resultan 3 pomitos en total.

De lo anterior se deduce:

$$4\times\frac{3}{4} = \frac{4\times3}{4} = 3$$

En general:

- $a\times\frac{b}{c} = \frac{a\times b}{c} = \frac{a}{c}\times b$
- $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d} = \frac{a\times c}{b\times d}$

Ejemplo 1

Efectúa las multiplicaciones:

a) $2\times\frac{1}{3} =$ ☐

b) $3\times\frac{5}{6} =$ ☐

c) $\frac{3}{4}\times8 =$ ☐

d) $\frac{5}{9}\times6 =$ ☐

e) $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5} =$ ☐

f) $\frac{8}{5}\times\frac{3}{4} =$ ☐

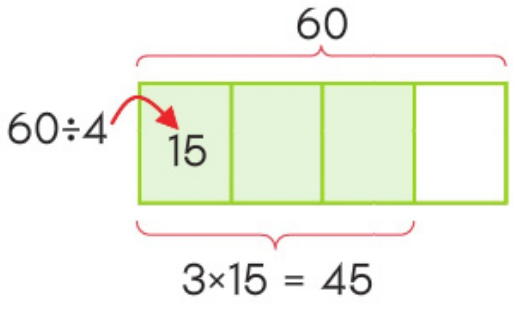
g) $\frac{2}{9}\times\frac{7}{4} =$ ☐

g) $\frac{5}{6}\times\frac{4}{7} =$ ☐

Fracción de una cantidad

Ángel ha comprado 60 camisetas para venderlas en el estadio. Si logró vender solo las tres cuartas partes, ¿cuántas camisetas le quedaron?

Representación Gráfica:



- Camisetas vendidas:

$$\frac{3}{4}\text{ de }60 = \frac{3}{4}\times60 = 45$$

- Camisetas que quedan

$$\frac{1}{4}\text{ de }60 = \frac{1}{4}\times60 = 15$$

Ejemplo 2

Calcula gráficamente:

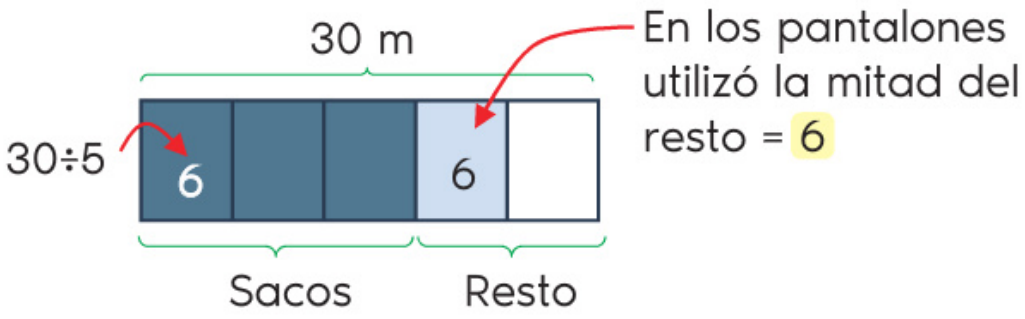
- 2/3 de 30

- 3/4 de 20

- 2/5 de 35

Fracción de fracción

Celina compró 30 m de tela, con los 3/5 confeccionó sacos y con la mitad del resto, pantalones. ¿Cuántos metros utilizó en la confección de pantalones?



La segunda fracción ya no se aplica sobre los 30 m de tela, sino, sobre el resto.

Ejemplo 3

Rufina compró 24 huevos, con la mitad preparó una torta, con la tercera parte del resto, omelet. ¿Con cuántos huevos hizo omelet?

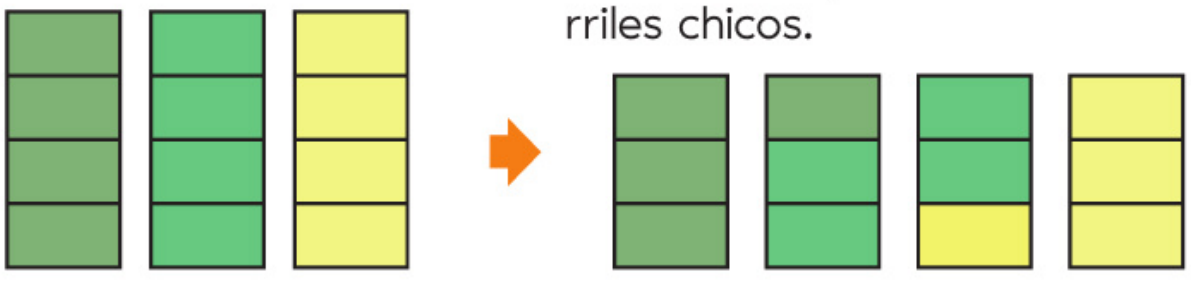
Ejemplo 4

De una clase de 30 alumnos, los 3/5 salieron al recreo, 1/3 del resto se quedó en el aula estudiando y el resto, conversando. ¿Cuántos se quedaron conversando?

División de fracciones

Tenemos tres barriles grandes de petróleo que deseamos transportar en barriles chicos cuya capacidad es los 3/4 del barril grande. ¿En cuántos barriles chicos cabe el petróleo?

Representamos gráficamente



Vamos vertiendo en los barriles chicos.

Se observa que se llenan 4 barriles chicos.

De lo anterior se deduce:

$$3 \div \frac{3}{4} = 3 \times \frac{4}{3} = 4$$

En general:

- $a \div \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b} = \frac{a \times c}{b}$
- $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

Ejemplo 5

Efectúa las siguientes divisiones:

a) $3 \div \frac{1}{3} =$ ☐

b) $3 \div \frac{5}{6} =$ ☐

c) $\frac{8}{3} \div 4 =$ ☐

d) $\frac{5}{9} \div 6 =$ ☐

e) $\frac{4}{3} \div \frac{4}{5} =$ ☐

f) $\frac{8}{5} \div \frac{3}{4} =$ ☐

g) $\frac{3}{5} \div \frac{7}{4} =$ ☐

g) $\frac{5}{3} \div \frac{4}{7} =$ ☐

Nivel básico

1 8 galoneras contienen 3/4 de galón de aceite cada una. ¿Cuántos galones de aceite contienen?

2 Mi paso mide 4/5 de metro. ¿Qué distancia recorro con 60 pasos?

3 ¿Cuántas botellas se necesitan para distribuir 15 litros de leche en botellas de 3/4 de litro?

4 Se reparten los 3/5 de una torta entre 6 niños. ¿Qué parte de torta le toca a cada uno?

5 Con los 2/3 de su ahorro, Hoover compró una camiseta. Si tenía ahorrados 60 soles, ¿cuánto le costó la camiseta?

Nivel intermedio

6 De 60 atletas, los 2/5 practican natación y 1/3 del resto, jabalina. ¿Cuántos atletas practican jabalina?

7 Elvira compró 3/4 de kilo de queso y los partió en pedazos de 1/8 de kilo. ¿Cuántas partes obtuvo?

8 Cada lote de un terreno es un 1/9 del total. ¿Cuántos lotes abarcan los 2/3 del terreno?

9 Se prende una vela y se observa que en una hora se consume la quinta parte. ¿En qué tiempo se consume toda la vela?

10 Un reservorio de agua tiene una llave de desagüe que en cada segundo arroja 2/9 de litro. ¿Qué tiempo demora en desaguar 300 litros de agua?

Nivel avanzado

11 Una bolsa de sal pesa 2/5 kilogramos. Si un saco contiene 60 bolsas de sal, ¿cuánto pesa?

12 Con 9/8 metros de tela se confecciona un pantalón. ¿Cuántos metros de tela debe comprar un sastre para confeccionar 24 pantalones?

13 Un ascensor tiene capacidad para 30 personas. En el primer piso se cubrió 1/3 de su capacidad y en el segundo piso la quinta parte del resto. ¿Cuántas personas subieron en el segundo piso?

14 Quiero alfombrar los 2/3 de mi sala de rojo y 1/4 del resto, de verde. Si para cubrir lo que falta de la sala debo comprar 6 m^2 de alfombra, ¿cuántos metros cuadrados tiene mi sala?

Tarea

1 **Efectúa** las siguientes operaciones:

- $4 \div \frac{1}{3}$
- $5 \div \frac{5}{8}$
- $\frac{7}{3} \div 5$
- $\frac{4}{7} \div 8$

2 **Efectúa** las multiplicaciones:

- $2 \times \frac{1}{3}$
- $\frac{3}{4} \times 8$
- $\frac{8}{5} \times \frac{3}{4}$
- $\frac{2}{9} \times \frac{7}{4}$

3 ¿Cuántas botellas de 4/5 litros se pueden llenar con 80 litros de chicha morada?

4 De un total de 50 canicas, 1/5 son de color rojo, 7/25 son de color amarillo y el resto, de color azul. Calcula el número de canicas de color azul.

GENIOMATIC

Reforzando - Unidad 6

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 ¿Cuántas de estas fracciones son propias?

$$\frac{7}{9};\ \frac{8}{3};\ \frac{5}{7};\ \frac{6}{5}$$

A) 1 B) 2 C) 3 C) 0

2 Si $\frac{3}{8};\ \frac{b}{a+4};\ \frac{c}{b-2};\ \frac{5}{c+3}$ son fracciones homogéneas, calcula $a + b + c$.

A) 19 B) 20 C) 21 D) 18

3 Jorge ha comprado 8 potes de helados de 3/8 de kilogramo de peso. ¿Cuántos kilos de helado compró?

A) 2 kg B) 3 kg C) 8 kg D) 10 kg

4 ¿En cuántas botellas de 1/4 de litro caben 36 litros de vino?

A) 18 B) 36 C) 72 D) 144

5 Un ladrillo pesa 3 kilos y medio. Un camión ha transportado 600 ladrillos para construir un muro. ¿Cuántos kilos de ladrillo contendrá el muro?

A) 2100 kg B) 2400 kg
C) 2500 kg D) 1800 kg

6 ¿Cuántas de estas fracciones son irreductibles?

$$\frac{24}{25};\ \frac{18}{15};\ \frac{14}{21};\ \frac{16}{9}$$

A) 1 B) 2 C) 3 C) 0

7 Un caracol recorre un alambre de 15 metros de longitud. Al cabo de un rato ha recorrido cuatro quintos del camino. ¿Cuántos metros del camino ha recorrido?

A) 12 m B) 10 m C) 13 m D) 11 m

8 Mauro compra un lapicero con la quinta parte del dinero que tenía y con los 2/3 del resto, un borrador. Si tenía 15 soles, ¿cuánto le queda?

A) S/. 3 B) S/. 4 C) S/. 5 D) S/. 6

9 He realizado un trabajo en dos meses, dedicando al primer mes 1/5 del total de días. Si en el segundo mes he trabajado 28 días, ¿cuántos días trabajé en total?

A) 40 d B) 45 d C) 30 d D) 35 d

10 De un depósito salen dos grifos. Un grifo vierte 2/5 de litro cada segundo. El otro vierte 4/5 de litro cada segundo. ¿Cuánta agua vierte el depósito por segundo?

A) 3/5 litros B) 4/5
C) 6/5 litros D) 8/5 litros

11 José ha gastado en unos patines los 2/5 del dinero que llevaba. Si tenía 90 soles, ¿cuánto gastó?

A) S/. 18 B) S/. 36 C) S/. 45 D) S/. 48

12 Un depósito está lleno hasta los 2/3 de su capacidad, que es de 135 litros. Si su contenido se vierte en otro depósito vacío de 120 litros de capacidad, ¿qué parte se llenará?

A) 5/6 B) 3/4 C) 2/3 D) 1/6

13 La tercera parte de una torta se divide en 5 partes. ¿Qué parte de la torta original resulta cada una de las cinco partes?

A) 1/5 B) 1/3 C) 3/5 D) 1/15

14 Me compré un microondas dando 54 soles de adelanto. Al final de mes tengo que pagar 36 soles y el mes que viene, el resto. Si ha costado 108 soles, indica qué parte del precio corresponde al último pago.

A) 1/2 B) 2/7 C) 1/3 D) 1/6

15 Un comerciante inescrupuloso ha falseado su balanza en 1/10 a su favor. ¿Cuántos kilos de papa entrega cuando le piden 60 kilos?

A) 52 kg B) 53 kg C) 54 kg D) 55 kg

16 ¿Cuántas fracciones propias e irreductibles con denominador 8 existen?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 2

17 Completa el siguiente cuadro:

Fracción	Lectura
3/5	
	Dos séptimos
12/17	

18 Antonio tiene una caja con 24 bombones. Se come 4 y su hermano, 5. ¿Qué fracción de los bombones se han comido?

19 Un ciclista corre una etapa de 120 km. Si lleva recorridos tres quintos de la etapa, ¿cuántos kilómetros le faltan recorrer?

20 Carmen tiene 360 cromos. Tres novenos son cromos de películas, 5/9 de deportes y el resto, animales. ¿Cuántos cromos hay de cada clase?

21 Hemos partido un bizcocho en 15 trozos iguales. En el desayuno tomamos 6 trozos y en el almuerzo 7.

a) Expresa con fracciones las cantidades consumidas.

b) ¿Qué fracción de bizcocho sobró?

22 Ana ha dividido una torta en dieciocho partes. Sobre la mesa quedan 7 de esos trozos.

a) ¿Cuántos trozos faltan?

b) Escribe la fracción de torta que queda y la fracción de torta consumida.

23 Claudia y su abuelita hornearon galletas e invitaron a Guille, su amiga, a cenar. Claudia comió 6/16 del total de las galletas y Guille comió 4/12.

a) ¿Qué fracción del total de las galletas se comieron entre las dos?

b) Si quedaron 7 galletas, ¿cuántas galletas habían horneado Claudia y su abuelita?

24 Ángela y Roberto tienen cada uno un cuaderno de 120 páginas. Ángela ha gastado dos terceras partes de su cuaderno y Roberto, tres quintas partes del suyo.

a) ¿Cuántas hojas ha gastado cada uno?

b) ¿A quién le quedan más hojas en blanco?

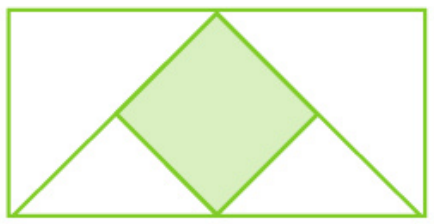
25 Un tarro de leche contiene 3/8 litros. ¿Cuántos litros de leche contiene 200 tarros?

26 Un reservorio pierde agua a razón de 2/5 de metro cúbico por minuto. Si a la media hora se queda seco, ¿cuántos metros de agua contenía?

27 Aurora sale de casa con 60 soles. Se gasta 2/5 del dinero en un libro y 4/5 de lo que le quedaba en un disco. ¿Con cuánto dinero vuelve a casa?

28 Unos montañistas llevan un saco con 120 naranjas. Quieren consumir la mitad en el campamento base y la tercera parte de las que queden en la cima de la montaña. El resto lo van a repartir entre los 8 guías que les acompañan en la excursión. ¿Cuántas darán a cada guía?

29 ¿Qué fracción del rectángulo ocupa el cuadrado sombreado?



30 A un festival benéfico han acudido los 2/3 de la clase de Irene y los 5/6 de la clase de Raúl. Si en las dos clases hay el mismo número de alumnos, ¿de qué clase han ido más escolares?

31 Javier tiene que hacer unos ejercicios de matemáticas en tres días. Ayer hizo la mitad, hoy los dos tercios de los que le quedaban y mañana hará los tres últimos ejercicios. ¿Cuántos ejercicios tiene que hacer?

32 Un semáforo tarda 3/4 de minuto en estar en verde y 6/5 minutos en estar en rojo. ¿Cuántos cambios se producen en 78 minutos?

GENIOMATIC

Autoevaluación

1 Los 4/6 de los asientos de un autobús van ocupados. Los restantes van vacíos. ¿Qué fracción de los asientos van vacíos? ¿Qué capacidad tiene el autobús si viajan 26 personas?

2 Hasta las 4 de la tarde, ¿qué fracción del día ha transcurrido?

3 Una guarnición de 240 soldados tiene asignados raciones completas para una semana, pero el capitán decide que se queden más tiempo y ordena a los soldados que disminuyan en 1/4 su ración diaria.

¿Cuántas raciones completas quedarán al cabo de una semana?

4 Los 5/6 de lo gastado por una familia este fin de semana son 85 soles. Si gasta la tercera parte del resto, ¿cuánto le queda?

5 Doce quintos litros de agua se distribuyen en vasitos de 3/10 litros de capacidad. ¿Para cuántos vasitos alcanza?

6 Ricardo trabaja en el departamento de ventas de una empresa y le han asignado 240 soles para un viaje de 3 días. El primer día gasta 3/8 del dinero asignado, el segundo día 2/5 del resto. ¿Cuánto dinero le sobra para los gastos del tercer día?

7 Números decimales

Los números decimales son los más usados en los cálculos numéricos y en la resolución de problemas. Con ellos aprenderemos a realizar las cuatro operaciones fundamentales.

Enfoque búsqueda de la excelencia

Cuidemos nuestra salud con una buena alimentación

Una alimentación saludable consiste en ingerir una variedad de alimentos que nos brinden los nutrientes que necesitamos para mantenernos sanos, sentirnos bien y tener energía. Estos nutrientes incluyen las proteínas, los carbohidratos, las grasas, el agua, las vitaminas y los minerales. Como nuestro cuerpo funciona con la alimentación, si ésta no es apropiada repercutirá en su funcionamiento natural y terminaremos por enfermarnos.

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)	
Capacidades	**Desempeños**
Traduce cantidades a expresiones numéricas	Reconoce medidas y cantidades expresables mediante los números decimales y estable la diferencia entre cantidades discretas y continuas.
Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones	Representa los números decimales en la recta numérica. Compara y redondea según el grado de aproximación deseado.
Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Emplea estrategias heurísticas y de cálculo con números decimales para resolver problemas de contextos reales.
Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones	Sustenta los métodos de adición, multiplicación y división de números decimales

Fracciones

Números Decimales

Cuando vamos a comprar productos en la tienda, pocas veces los precios están expresados en números enteros, más bien, lo común es que los precios tengan una parte decimal.

Los números decimales no son otra cosa que la expresión lineal de una fracción.

VIDEO DE TEORÍA

Los números decimales se obtienen dividiendo el numerador de la fracción entre el denominador. Observa los siguientes casos:

$\cdot \frac{7}{2} \rightarrow \begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ \hline 6 & 3,5 \\ \hline 10 & \\ 10 & \\ \hline -- & \end{array} \rightarrow \frac{7}{2} = 3,5$

$\cdot \frac{11}{2} \rightarrow \begin{array}{r|l} 11 & 2 \\ \hline 10 & 5,5 \\ \hline 10 & \\ 10 & \\ \hline -- & \end{array} \rightarrow \frac{11}{2} = 5,5$

Los números decimales se caracterizan por tener una parte decimal separada mediante una coma de la parte entera.

Al dividir el numerador de una fracción entre el denominador, se obtiene un número decimal. Por consiguiente, el número decimal es la expresión lineal de una fracción.

$\frac{19}{8} = 2,375$

Parte entera — Coma decimal — Parte decimal

Lectura y escritura de los números decimales

ENTEROS				DECIMALES					
Centenas	Decenas	Unidades	Coma decimal	Décimos	Centésimos	Milésimos	Diez milésimos	Cien milésimos	millonésimos
100	10	1		0,0	0,00	0,000	0,0000	0,00000	0,000000
CIEN	DIEZ	UNO		1ER LUGAR	2DO LUGAR	3ER LUGAR	4TO LUGAR	5TO LUGAR	6TO LUGAR
		3	,	0	0	4	0	2	5

Número: 3, 004025 (tres enteros, cuatro mil veinticinco millonésimas)

Ejemplo 1

Escribe la lectura del número decimal.

46,24: *Cuarenta y seis, veinticuatro centésimos.*

3,8: _____

42,208: _____

4,0834: _____

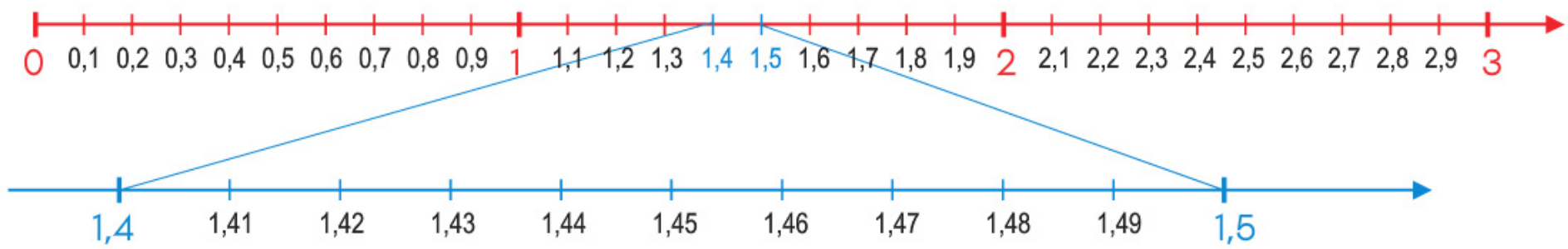
Ejemplo 2

Escribe el número decimal.

- Treinta y seis enteros, ciento veinticinco milésimos. ☐
- Nueve enteros, trescientos cuarenta y ocho diez milésimos. ☐
- Diecisiete mil ochocientos noventa y cuatro, veintiún millonésimos. ☐
- Tres mil quinientos, doscientos tres diez milésimos. ☐

Comparación de números decimales

Los números decimales son ordenados de modo que entre dos números decimales diferentes uno es mayor y el otro menor. Este hecho nos permite representarlos en la recta numérica.



Para comparar dos números decimales vamos comparando cifra por cifra de izquierda a derecha hasta encontrar dos cifras diferentes.

- ¿Cuál es mayor, 27,8036 o 27,8041?

27,8036
= = = = ^
27,8041

27,8036 < 27,8041

- ¿Cuál es mayor, 672,584 o 672,57100?

672,584
= = = = v
672,57100

672,584 > 672,57100

Redondeo de números decimales

La final de la Copa Libertadores 2019 se jugó en el Estadio Monumental de Lima, con una asistencia de 80 378 espectadores.

Si alguien quisiera recordar esta asistencia, sería mucho más fácil recordar como 80 mil y no la cifra exacta. Esto se llama redondeo. Veamos cómo se redondean los números decimales.

Redondeemos 5,637 a centésimos:

- Cifra de redondeo: 3
- A la derecha de cifra de redondeo: 7
- Como $7 \geq 5$, se redondea aumentando en 1 la cifra de redondeo, o sea, a 4.
- $5{,}637 \approx 5{,}64$ (≈: aproximadamente igual)

Redondeemos 5,637 a décimos:

- Cifra de redondeo: 6
- A la derecha de cifra de redondeo: 3
- Como $3 < 5$, se redondea manteniendo la cifra de redondeo y desechando las demás cifras de la derecha.
- $5{,}637 \approx 5{,}6$.

Fracción decimal

Las fracciones decimales son aquellas cuyo denominador es la unidad seguida de ceros (10; 100; 1000; ...).

Es fácil determinar el número decimal que originan estas fracciones. **Observa** los ejemplos:

- $\frac{7}{10} = 0{,}7$
- $\frac{7}{100} = 0{,}07$
- $\frac{32}{10} = 3{,}2$
- $\frac{32}{100} = 0{,}32$
- $\frac{624}{100} = 6{,}24$
- $\frac{624}{1000} = 0{,}624$

Nivel básico

1 ¿Cómo se leen estos números?

a) 43,003 _____

_____

b) 3,404 _____

_____

c) 0,007 _____

_____

2 **Escribe** los números:

a) Tres milésimos

b) Veintitrés centésimos

c) Dos millonésimos

d) Siete enteros, doscientos treinta milésimos.

3 En los círculos en blanco, **escribe** >, <, ó =, según corresponda.

3,48	>	3,46		0,148	>	0,2	
○		^		○		^	
3,7	○	3,64		0,09	○	0,23	

4 **Escribe** en los recuadros el número decimal correspondiente.

a) $\frac{3}{10} = \square$ b) $\frac{32}{10} = \square$

c) $\frac{21}{100} = \square$ d) $\frac{154}{100} = \square$

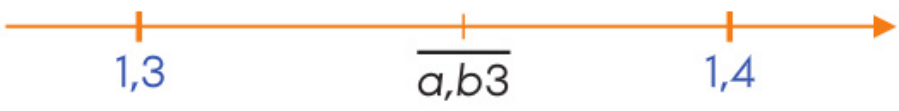
5 **Escribe** el numerador de la fracción:

a) $\frac{\square}{10} = 2$ b) $\frac{\square}{100} = 0{,}2$

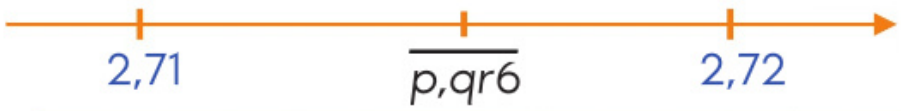
c) $\frac{\square}{1000} = 0{,}3$

Nivel intermedio

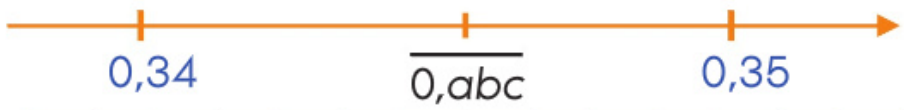
6 De acuerdo a esta representación, **determina** $a + b$:



7 En el gráfico, el valor de $p + q + r$ es:



8 En el gráfico, ¿cuántos valores puede tomar c?



9 ¿Entre qué valores se encuentra el número 0,23?

A) Entre 0,3 y 0,34 B) Entre 0,211 y 0, 231
C) Entre 0,2 y 0,22 D) Entre 0,2 y 0, 03

10 ¿Cuál de los siguientes números es mayor que treinta y cuatro centésimos?

A) 0,035 B) 0,35
C) 0,340 B) 0,3400

Nivel avanzado

11 **Compara** y **escribe** el signo >, <, o =, según corresponda:

a) 2,345 ◯ 2,3450 b) 2,345 ◯ 2,3450

c) 0,72 ◯ 0,082 d) 3,305 ◯ 3,35

12 **Escribe** el denominador de la fracción:

a) $\frac{3}{\square} = 0{,}03$ b) $\frac{30}{\square} = 0{,}003$

c) $\frac{30}{\square} = 0{,}03$ d) $\frac{300}{\square} = 0{,}3$

13 ¿Cuántos de los siguientes números son iguales a 0,7?

a) $\frac{7}{10}$ b) $\frac{70}{100}$ c) $\frac{7}{100}$ d) 700

14 ¿Cuál es el número decimal, de tres cifras decimales significativas, más cercano a 0,3?

Tarea

1 ¿Cómo se leen estos números?

a) 0,2 b) 0,23 c) 2,45 d) 23,008

2 **Escribe** los números:

a) Dos décimos b) Cuatro centésimos
c) Um milésimo d) Dos millonésimos

3 **Compara** y **escribe** entre los números el signo correspondiente.

a) 2,345 ◯ 2,3450 b) 2,345 ◯ 2,3450

c) 0,72 ◯ 0,082 d) 3,305 ◯ 3,35

4 **Representa** 0,027 en la recta numérica.

GENIOMATIC

Adición y sustracción de números decimales

Números decimales

Los hermanos Paco y Chana han acordado comprar una corbata a papá por el día de su cumpleaños.

Como no les alcanza lo que tienen pedirán a mamá la diferencia.

Verificando sus ahorros, Paco tiene 12,5 soles y Chana 14,25. ¿Cuánto tienen que pedir a mamá?

VIDEO DE TEORÍA

Para resolver el problema tenemos que sumar lo que tienen los hermanos y si esta suma no alcanza al precio de la corbata (S/. 42,99), determinar la diferencia para saber el aporte de mamá.

Adición y sustracción de números decimales

Tanto en la adición como en la sustracción en columna, se deben sumar las cifras del mismo orden: decenas con decenas, unidades con unidades, décimas con décimas, etc.

Por ello, para sumar o restar números decimales, se debe alinear respecto a la coma decimal. Preferentemente, se debe conseguir la misma cantidad de cifras decimales añadiendo ceros a la derecha.

Sumemos: 12,5 + 14,25

$$\begin{array}{r} 12{,}50 \\ +\ 14{,}25 \\ \hline 26{,}75 \end{array}$$

Falta para 42,99

Restemos: 42,99 – 26,75

$$\begin{array}{r} 42{,}99 \\ -\ 26{,}75 \\ \hline 16{,}24 \end{array}$$

Mamá debe dar S/. 16,24

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Ejemplo 1

Completa las tablas:

+	0,1	0,9	0,28
0,9			
0,8			
7			
8,72			
5,53			

+	0,4	1,7	2,03
5,9			
2,87			
6,47			
8			
3,89			

Ejemplo 2

Coloca verticalmente los números y luego resuelve las siguientes adiciones:

a) 16,34 + 0,465 + 6

b) 0,6 + 26,508 + 8

c) 23,86 + 345,2 + 0,007

Nivel básico

1 **Completa** los recuadros:

+ 4,78	
4,023	
23	
2,976	
5,9	
1,52	

2 **Completa** los recuadros:

- 0,47	
5,23	
5	
4,546	
6,1	
4,82	

3 **Une** con flechas las sumas con la respuesta:

3,45 + 0,2 + 0,851	6,255
2,4 + 0,09 + 1,25	4,501
2,29 + 1,5 + 2,465	8,209
5,11 + 2,58 + 0,519	3,74

4 **Calcula** la suma:

$$S = \frac{2}{10} + \frac{34}{100} + \frac{787}{10} + \frac{32}{1000}$$

5 **Une** con flechas las sustracciones con el resultado:

5,46 - 0,89	5,9
9,327 - 2,995	6,332
8,4 - 2,5	4,89
7,37 - 2,48	4,57

Nivel intermedio

6 El pintado de paredes de un aula cuesta S/. 165,70; el de las ventanas S/. 89,35 y el cambio de vidrios rotos S/. 128,35. ¿Cuánto resulta el gasto total?

7 Para pagar los gastos referidos en el problema anterior se acuerda dar una cuota por padre de familia y se reúne S/. 214,50. Además se realiza una rifa y se obtiene S/. 220,60. ¿Alcanza para pagar todo?

8 ¿Cuál es la longitud de un poste de alumbrado público, si está enterrado 1,18 m y aparece a la vista 4,65 m?

9 Javier compra 2 varillas de fierro, una de 6,34 m y otra de 8,25 m. ¿Cuántos metros de varilla compró en total?

10 Un diario dominical cuesta S/. 2,50 y una revista deportiva S/. 1,50 más que el diario. ¿Cuánto se paga por un diario y dos revistas deportivas?

Nivel avanzado

11 Carla tiene S/. 12,50; Magda S/. 7,25 más que Carla y Laura S/. 12,75 más que Magda. ¿Cuánto tienen entre las tres?

12 Alonso fue de compras al mercado con su mamá. Compraron papa por S/. 6,23, fideos por S/. 4,60, arroz por S/. 7,25 y leche por S/. 3,50. ¿Cuánto gastaron?

13 Víctor compró una lavadora usada en S/. 274,50, la refaccionó y la vendió en S/. 350. Si los gastos de refacción fueron S/. 25,75, ¿cuánto ganó Víctor?

14 Una torta se mete al horno con un peso de 2,785 kilogramos. Una vez cocida se saca del horno con un peso de 2,768 kilogramos. ¿Cuántos gramos de agua se evaporaron?

Tarea

1 **Coloca** los signos + ó - en los recuadros, para que se cumpla cada igualdad.

a) 12,63 cm ☐ 8,59 cm ☐ 3,009 cm = 18,211 cm

b) 27,73 m ☐ 8,006 m ☐ 15,076 m = 31,8 cm

2 ¿Cuánto se gana al comprar una pelota en S/. 65,75 y venderla en 127,45?

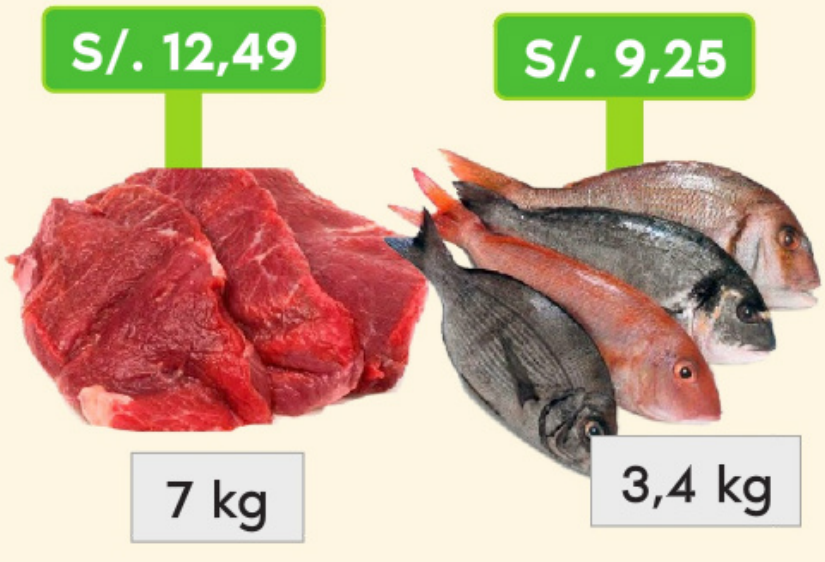
3 **Calcula** la suma:

$$S = \frac{3}{10} + \frac{24}{1000} - \frac{1}{100} + \frac{71}{1000}$$

4 Renato tiene S/. 124,35 y Fela, S/,89,25. Si Renato gasta S/. 88,70 y Fela, S/. 35,48, ¿con cuánto se quedan entre los dos?

Multiplicación de números decimales

Adición de decimales



Fabiola compró 7 kilogramos de carne y 3,4 kilogramos de pescado para la semana.

Si el kilogramo de carne está a S/. 12,49 y el kilogramo de pescado a 9,25, ¿cuánto gastó en la compra de estos productos?

VIDEO DE TEORÍA

Primero calcularemos el costo de la carne y luego, el del pescado.

Costo de la carne

$\overset{2}{12,49} \times 7$

$$\begin{array}{r} 12,49 \times \\ 7 \\ \hline 87,43 \\ \quad\;\; 2 \end{array}$$

Costo del pescado

$\overset{2}{9,25} \times \overset{1}{3,4}$

$$\begin{array}{r} 9,25 \times \\ 3,4 \\ \hline 3700 \\ 2775 \\ \hline 31,450 \\ \quad\;\; 2+1=3 \end{array}$$

Multiplicación de números decimales

1. Se multiplica como si fueran números naturales, sin considerar las comas decimales.
2. Una vez obtenido el producto se consideran tantas cifras decimales como tienen entre los dos factores.

En la compra de los dos productos gastó 87,43 + 31,45 = 118,88 soles

Resuelve problemas de cantidad (Aritmética)

Ejemplo 1

Efectuamos las multiplicaciones:

$$\begin{array}{r} 73,36 \times \\ 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48,25 \times \\ 0,8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82,18 \times \\ 1,5 \\ \hline \end{array}$$

División de números decimales

Anita ha preparado 28,8 litros de chicha morada para vender en botellas de 0,45 litros de capacidad.

Ella tiene que calcular el número de botellas que debe comprar para distribuir la chicha.

¿Cuántas botellas debe comprar?

Los 28,8 litros de chicha se tiene que dividir en porciones de 0,45 litros, esto implica que se debe dividir 28,8 entre 0,45, para determinar el numero de botellas necesarias.

División de números decimales

Dividamos 28,8÷0,45

1° Igualamos, con ceros a la derecha, la cantidad de cifras decimales:

2° Eliminando las comas, dividimos como si fueran números naturales.

3° Si habiendo obtenido el residuo se quiere seguir dividiendo, se agrega cero al residuo y una coma al cociente y se continúa con la división.

28,80÷0,45
(2) (2)

```
2880 | 45
270  | 64
 180
 180
 ---
```

Para dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros (10; 100; 1000) se traslada la coma decimal hacia la izquierda, tantos lugares como ceros tenga el divisor:

Ejemplo 2

Efectuamos las divisiones: • 10,5÷0,84 • 8,93÷2,35 • 0,084÷0,35

Multiplicación y división de números decimales por 10, 100 y 1000

Para multiplicar o dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros (10; 100; 1000) se traslada la coma decimal hacia la derecha o hacia la izquierda, respectivamente, tantos lugares como ceros tenga el multiplicador o el divisor:

- 72,85×10 = 728,5
- 72,85×100 = 7285
- 72,85×1000 = 72850

- 549,572÷10 = 54,9572
- 549,572÷100 = 5,49572
- 549,572÷1000 = 0,549572

Nivel básico

1 **Calcula** el producto de:

a) 2,75 x 4 =

b) 664,7 x 0,6 =

c) 7,806 x 2,7 =

2 **Calcula** el cociente de:

a) 10,62 ÷ 4,5 =

b) 307,8 ÷ 0,45 =

c) 0,2405 ÷ 0,074 =

3 **Calcula** el producto de:

a) 3,756 x 10 =

b) 64,7 x 100 =

c) 2,806 x 1000 =

4 **Calcula** el cociente de:

a) 375,6 ÷ 10 =

b) 6,47 ÷ 100 =

c) 280,6 ÷ 1000 =

5 Dalmiro tiene una planta de sauce en su jardín y se ha percatado de que crece diariamente 0,28 centímetros. ¿Cuánto crece en una semana?

Nivel intermedio

6 Isabel compró 8 camisetas y 5 buzos. Las camisetas cuesten 12,50 cada una y los buzos, 25,60 soles. ¿Cuánto gastó en la compra?

7 En una fábrica trabajan 8 empleados. ¿Cuánto gana cada uno si el pago de los sueldos asciende a 14 596 soles?

8 Una hormiga recorre el perímetro de un cuadro de 42,4 cm de largo y 28,5 cm de ancho. ¿Qué distancia recorre?

Genio Matic

9 El coche de Damián gasta 0,15 galones de combustible por kilómetro. Un día hizo un recorrido de 4 horas a 70 kilómetros por hora. ¿Cuántos galones de combustible gastó?

10 Piero cambia una moneda de S/. 5 por monedas de S/. 0,20. ¿Cuántas monedas obtiene?

Nivel avanzado

11 Milagros tiene 13,5 litros de leche que debe envasar en recipientes de 0,75 litros. ¿Cuántos recipientes necesita?

12 Jesús, Feliciano y Esteban ganan en un negocio S/. 394,50. Si se reparten por igual, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

13 Elvira va al mercado y compra 3 kg de carne, cada kilogramo a S/. 11,9; 4 kg de papa, a S/. 0,85 el kg; y 3 kg de arroz, a S/. 2,30 el kg. Si paga con un billete de S/. 100, ¿cuánto recibe de vuelto?

14 Piedad compra 8,35 m de tela. Si emplea las dos quintas partes para hacer unos vestidos, ¿cuánta tela le queda?

Tarea

1 **Calcula** el producto de:

a) 2,46x7 b) 674,7x2,8

c) 83,086x0,5 c) 73,45x0,24

2 **Calcula** el producto de:

a) 2,46x10 b) 674,7x0,2

c) 36,08x0,5 c) 7,45x0,25

3 La suma de dos números es 86,4. Si uno de ellos tiene 38 enteros y 8 décimos, ¿cuál es el otro?

4 ¿Cuánto cuesta 14,5 kilos de carne a S/. 12,45 el kilo?

Reforzando - Unidad 7

1 Efectúa $4\times(5 - 3{,}5) \div 0{,}2$.

A) 29 B) 30 C) 31 D) 36

2 El resultado de $10\times(6\div1{,}5) + 3 \div 0{,}3$ es:

A) 50 B) 60 C) 55 D) 40

3 Calcula: $2\times(75\div10) - 12{,}5$.

A) 2,5 B) 3 C) 3,5 D) 3,6

4 Opera e indica el resultado:

$10(5{,}9 + 4{,}6) - 75$

A) 34 B) 32 C) 31 D) 30

5 El resultado de:

$6\times0{,}4 + 0{,}5\times10 - 6{,}2$ es:

A) 1,6 B) 1,2 C) 1,4 D) 1,5

6 Indica el resultado de efectuar:

$8 - 9{,}6\div2 + 0{,}18\times10$

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8

7 ¿Cuál es el resultado de operar $0{,}75\times100 - 2\div0{,}4 + 52$?

A) 146 B) 148 C) 150 D) 122

8 Dos milésimos es:

A) 0,2 B) 0,02 C) 0,002 D) 2000

9 ¿Cuál de los siguientes números resulta de dividir 345,3 entre 100?

A) 34,53 B) 3,453 C) 3453 D) 0,3453

10 Redondeando a milésimos, 34,9835 resulta:

A) 34,984 B) 34,983
C) 34,98 D) 34,9836

11 Rocío pesa 36,83 kg; Irene 36,5 kg; Roberto 36,832 kg; y Juan 36,56. ¿Quién pesa más y quién pesa menos? ¿Cuál es la diferencia entre ambos? ¿Cuánto pesan los cuatro juntos?

A) Roberto, Irene, 0,362 kg, 146,822 kg
B) Roberto, Irene, 0,332 kg, 146,722 kg
C) Roberto, Juan, 0,362 kg, 146,722 kg
D) Rocío, Irene, 0,332 kg, 146,822 kg

Olimpiadas nacionales e internacionales

12 ¿Cuál de los números decimales es igual a la fracción 7/4?

A) 1,25 B) 7,4 C) 3,25 D) 1,75

13 El número 4,572 se lee:

A) Cuatro enteros quinientos setenta y dos centésimos.
B) Cuatro enteros quinientos setenta y dos milésimos.
C) Cuatro enteros quinientos setenta y dos décimos.
D) Cuatro mil quinientos setenta y dos.

14 ¿Cuál de los siguientes números es mayor?

A) Trecientos cuarenta y dos milésimos.
B) Ocho milésimos.
C) Cuatro décimos.
D) Tres centésimos.

15 Marca el números menor.

A) 2,472 B) 2,500 C) 2,50 D) 2,6

16 Marca el números mayor.

A) 3,475 B) 3,371 C) 3,25 D) 3,5

17 ¿Cuánto se debe restar a 70,82 para que la diferencia resulte 1,875?

A) 72,605 B) 70,601
C) 68,945 D) 63,945

18 ¿Cuál de las fracciones es igual al número decimal 4,5?

A) 4/5 B) 9/2 C) 2/9 D) 4/2

19 ¿Cuánto se debe sumar a 8,81 para que la suma sea igual a 198,76?

A) 169,87 B) 139,67 C) 189,95 D) 139,85

20 Danilo cambia una moneda de S/. 2 por monedas de S/. 0,10. ¿Cuántas monedas obtiene?

A) 2 B) 20 C) 200 D) 10

21 Tenía 26,75 soles y al comprar dos helados me quedé con 19,75 soles. ¿Cuánto me costó cada helado?

A) S/. 3,45 B) S/. 3,50
C) S/. 3,20 D) S/. 3,25

22 Se cuenta con 9 metros de tela de algodón para hacer camisetas. Si para cada una se requiere 0,75 m, ¿para cuántas camisetas alcanza la tela?

A) 10 B) 12 C) 13 D) 14

23 Alma compra 3,80 kg de harina a S/. 3,2 el kilogramo. ¿Cuánto paga?

A) S/. 14,20 B) S/. 12,50
C) S/. 12,40 D) S/. 12,16

24 Ana gastó S/. 2,80 en papas; S/. 8,85 en pollo y S/. 8,70 en verduras. ¿Cuánto gastó Ana? ¿Cuánto trajo de vuelto del mercado si llevó S/. 84,30?

A) S/. 23,85 y S/. 40,90
B) S/. 43,93 y S/. 63,51
C) S/. 20,35 y S/. 63,95
D) S/. 43,95 y S/. 63,95

25 Ada compra 40 chips a 2,35 la unidad. Al vender todos a S/. 4,25 cada uno, ¿cuánto gana?

A) S/. 72 B) S/. 74
C) S/. 76 D) S/. 78

26 María recibe como ingreso bruto S/. 2 024,80. Si le descuentan S/. 815,35 por seguro, FONAVI, etc., ¿cuál es su ingreso líquido?

A) S/. 1 459,20 B) S/. 1 209,45
C) S/. 2 109,45 D) S/. 1 354,20

27 Juan compra una motocicleta a S/. 206,60 y un equipo de sonido a S/. 405,75. ¿Cuánto gasta en total?

A) S/. 512,35 B) S/. 432,45
C) S/. 612,35 D) S/. 162,53

28 Un corte de tela mide 85 m. Se corta en 4 partes; una de 26,3 m, la segunda de 24,68 m y la tercera de 15,12 m. ¿Cuánto mide el cuarto pedazo?

A) 18,90 m B) 19,80 m
C) 8,90 m D) 38,60 m

29 Fernanda quiere enviar cajas de libros a una librería. Si el costo para enviar una caja de libros es de S/. 12,05, ¿cuánto le cuesta enviar 42 cajas de libros?

A) S/.605,10 B) S/.405,09
C) S/.506,10 D) S/.610,05

30 Un salón de 4^{to} grado de 32 alumnos reunió S/. 150,24 en una colecta. Si todos los alumnos dieron la misma cantidad, ¿cuánto dio cada alumno?

A) S/. 6,495 B) S/. 9,465
C) S/. 4,695 D) S/. 5,694

31 Fidel compró 2,5 kg de peras por las que pagó S/. 3,25 en total y 3,75 kg de uvas por las que pagó S/. 5,25 en total. ¿Cuánto cuesta el kg. de peras? ¿Cuánto cuesta el kg. de uvas?

A) S/. 1,3 y S/. 1,4 B) S/. 1,2 y S/. 1,4
C) S/. 1,5 y S/. 1,6 D) S/. 1,0 y S/. 1,1

32 Sara adquiere 1 polo a S/. 12,89; un pantalón a S/. 96,54 y un par de zapatos a S/. 59,80. ¿Cuánto gastó Sara? ¿Cuánto recibe de vuelto si pagó con un billete de S/. 200?

A) S/. 169,23 y S/. 30,77
B) S/. 196,32 y S/. 77,30
C) S/. 289,32 y S/. 86,20
D) S/. 69,36 y S/. 183,27

33 Escribe cada número decimal en su forma fraccionaria:

a) 2,3 b) 0,35 c) 0,0045

34 Elmer y Esteban ganan S/. 424,60 en un negocio. Si deben repartirse por igual, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

35 Pedro compró 6,5 kilogramos de cemento y 3,75 kilogramos de yeso para reparar su piso. ¿Cuántos kilogramos de materiales compró?

36 Alina tiene un listón de tela de 0,75 m, que debe emplear para confeccionar 3 roponcitos iguales para su muñeca. ¿Cuántos metros de tela requiere cada roponcito?

37 La suma de dos números es 84,35. Si uno de ellos tiene 46 enteros y 25 centésimos, ¿cuál es el otro?

38 Dos jinetes realizan una carrrera en el hipódromo. El primer jinete recorre 12,73 kilómetros y el segundo jinete, 12,85 kilómetros. ¿Por cuántos kilómetros aventaja en la carrera el segundo jinete al primero?

39 En el mercado, se oferta el tarro de leche a S/. 3,45 por unidad. Anita compra 8 tarros de leche. ¿Cuánto paga Anita por la compra?

40 Un carpinero tiene un tablón de 4 m y lo quiere cortar en 5 partes iguales. ¿Cuál será la medida de cada pedazo de madera?

41 Edelmira tiene 15,6 litros de leche que debe envasar en recipientes de 0,65 litros. ¿Cuántos recipientes necesita?

42 Hay 18 m de tela para hacer manteles de 1,2 m cada uno. ¿Para cuántos manteles alcanza la tela?

43 Carolina compra 3,42 m de tela. Si emplea la sexta parte para hacer una blusa, ¿cuánta tela le queda?

44 Rosa va al mercado y compra 2 kg de carne a S/. 12,5 el kilogramo; 4 kg de papa a S/. 0,85 el kilogramo y 5 kg de arroz, a S/. 3,30 el kg. Si Rosa paga con un billete de S/. 50, ¿cuánto recibe de vuelto?

45 Alcira tiene S/. 36 y quiere invertirlos en golosinas. Si la docena de caramelos cuesta S/. 2,4, ¿cuántas docenas podrá comprar Alcira?

46 Esteban y Ronaldo tienen S/. 200, 80. Si compran frutas por 25,38; medicinas por 54,28 y en ropa gastan 76,38, ¿cuánto les falta para cancelar sus cuentas o, caso contrario, cuanto les sobra?

47 En una prueba de salto de longitud, Salma saltó 1,65 m en su primera oportunidad, 1,85 m en la segunda y 2,2 m en su último salto. Si el record de 3 saltos está en 5,80 m, ¿cuánto le faltó para alcanzarlo?

48 Sandro compró 75 pasteles. Luego de vender una parte le quedan 27 y S/. 243,75 de las ventas. ¿A qué precio vendió cada pastel?

Autoevaluación

1 Redondea a centésimos los siguientes números:

a) 54,5843 b) 61,9837

c) 3,9842 d) 22, 8396

2 Manuel trabaja como chofer de un taxi. Después del servicio reporta su recorrido: 15,8 kilómetros; 9,73 kilómetros y 6 kilómetros. Hasta el momento del reporte, ¿cuántos kilómetros ha recorrido?

3 Luis compra 6,25 m de tela roja y 13,8 m. de tela azul. ¿Cuántos metros de tela compró en total? ¿Cuántos metros más de tela azul que de tela roja compró?

4 En un grupo de 100 personas, cada una debe dar S/.7,85. ¿Cuánto se reunirá en total?

5 Selene compra 6 kilogramos de duraznos por 12,6 soles y 3 kilogramos de papaya por 9,6 soles. Determina el precio de un kilogramo de cada fruta.

6 Ernesto compró 48 kilogramos de palta a 4,25 soles el kilogramo. Si quiere ganar 60 soles en la venta de todas las paltas, ¿a cuánto debe vender el kilogramo?

8 Estadísticas y probabilidades

Para tomar decisiones, es necesario gestionar la información, procesarla e interpretarla, y la Estadística nos provee de las herramientas para hacerlo.

Respetamos las creencias religiosas de los demás

El respeto a las creencias religiosas consiste en aceptar la existencia de otras formas de vida, creencias e ideas, así como la no creencia en ninguna religión. El concepto opuesto, la intolerancia religiosa, puede consistir en considerar ciertas creencias como anómalas. Es necesario que los individuos y las instituciones reconozcan la pluralidad y la diversidad del mundo en que vivimos, así como la existencia de conceptos que para otros son importantes aunque pertenezcan a una minoría.

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre (Estadística y probabilidades)	
Capacidades	**Desempeños**
Expresa los datos en tablas de distribución de frecuencias.	Gestiona datos y las organiza en tablas de distribución de frecuencias. Expresa su comprensión del grado de ocurrencia de distintos evento.
Representa los datos estadísticos mediantes distintos tipos de gráficos estadísticos.	Representa los datos estadísticos mediantes distintos tipos de gráficos estadísticos.
Usa estrategias para resolver problemas de medidas de tendencia central	Usa estrategias para resolver problemas de medidas de tendencia central
Interpreta y explica las particularidades y característica resaltantes de los gráficos estadísticos	Interpreta y explica las particularidades y característica resaltantes de los gráficos estadísticos. Argumenta cuándo la ocurrencia de un evento es más probable que la de otro.

Regla de tres y tanto por ciento

Tabla de distribución de frecuencia

En su colegio Jimmy realizó una encuesta a 40 estudiantes sobre la preferencia de cuatro colores: Rojo, azul, amarillo y verde. Los resultados fueron los siguientes:

Ro	Ve	Az	Ve	Ro	Am	Az	Ve	Az	Ve
Am	Am	Ro	Ve	Az	Ve	Ro	Am	Az	Ve
Ro	Ve	Az	Am	Am	Ro	Ve	Az	Ve	Am
Am	Ve	Ro	Am	Az	Am	Ro	Ve	Az	Ve

VIDEO DE TEORÍA

Jimmy organizó los resultados de la encuesta en esta tabla.

Color	Conteo	Frecuencia
Rojo (Ro)	𝍸 |||	8
Azul (Az)	𝍸 ||||	9
Amarillo (Am)	𝍸 𝍸	10
Verde (Ve)	𝍸 𝍸 |||	13

Como se puede ver, no todos los colores tienen la misma preferencia.

Frecuencia o frecuencia absoluta.- Es el número de veces que aparece un dato

La tabla que contiene las frecuencias de los datos se llama **tabla de frecuencias** o **tabla de distribución de frecuencias.**

La tabla es una forma de organizar los datos estadísticos y nos permite visualizar fácilmente la cantidad de veces que aparecen los datos.

1 Maribel ha hecho una encuesta preguntando a los alumnos de su colegio sobre qué deportes les gusta, y los resultados fueron los siguientes. Cada deporte está representado por su inicial.

Fútbol (F)	F	B	F	A	B	V	V	F	B	F	F	A	V	B	F
Básquet (B)	F	F	F	B	F	F	A	V	V	F	B	F	B	B	B
Vóley (V)	F	B	V	A	A	V	V	F	B	F	F	A	V	B	F
Ajedrez (A)	F	A	F	B	A	F	A	V	F	F	B	V	A	F	B

Elabora la tabla de distribución de frecuencias y **responde** las siguientes preguntas.

Deporte	Conteo	Frecuencia
Fútbol		
Básquet		
Vóley		
Ajedrez		

a) ¿Cuántos prefieren el ajedrez?

_____

b) ¿Cuál es el deporte de mayor preferencia?

_____

c) ¿Qué porcentaje de los encuestados prefiere el fútbol?

_____

Gráficos estadísticos

Otro modo de organizar y presentar los datos estadísticos es mediante gráficos. Hay diversos tipos de gráficos, como: Pictogramas, gráfico de barras, gráficos circulares, histogramas, etc.

Con los datos de Jimmy sobre las preferencias de colores, vamos a elaborar el gráfico de barras:

Gráfico de barras horizontales

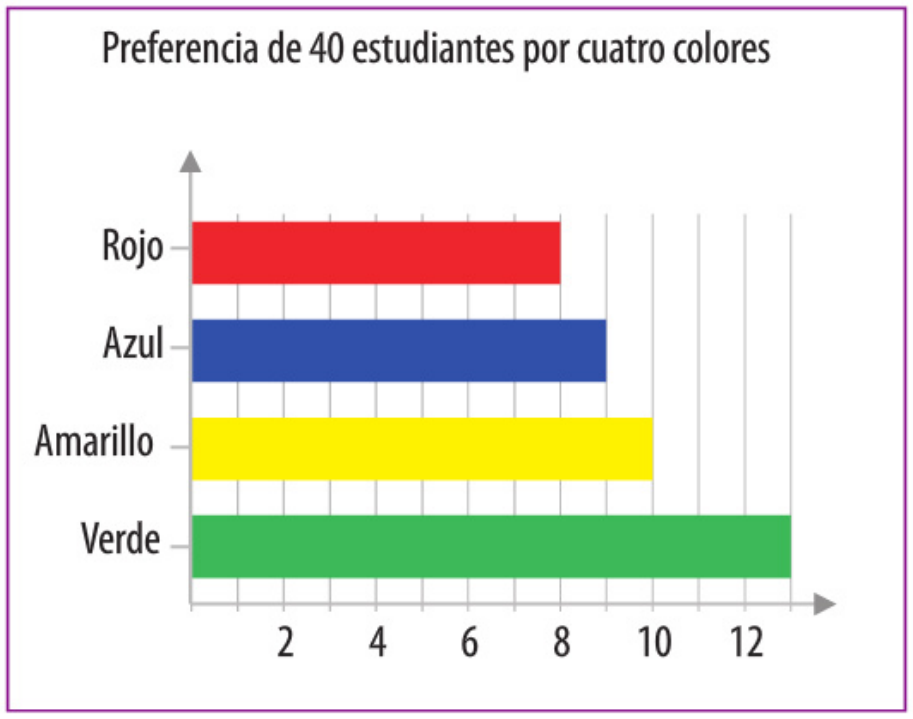
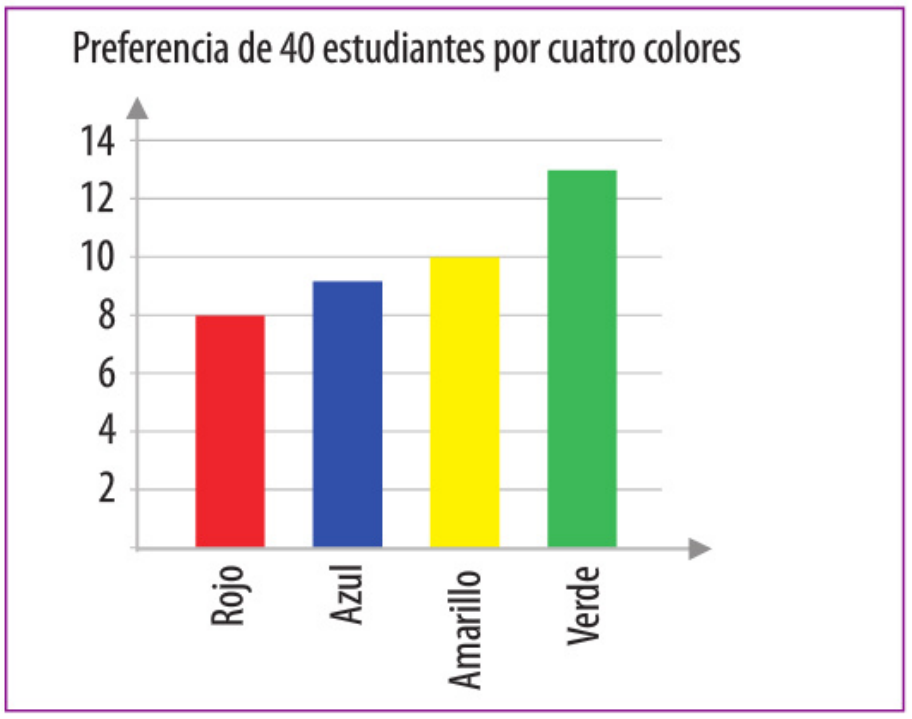
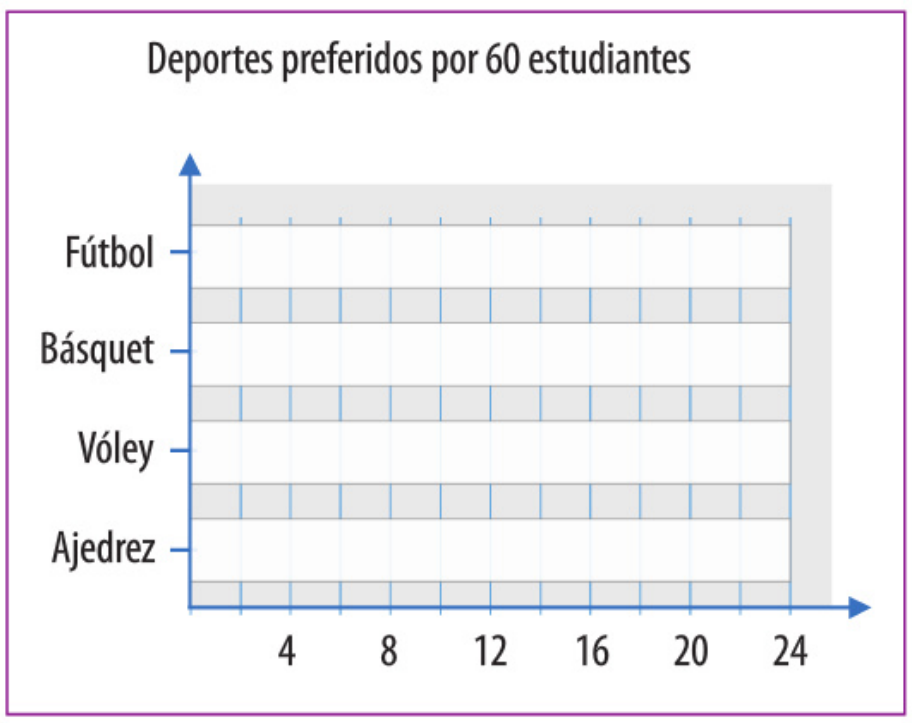


Gráfico de barras verticales



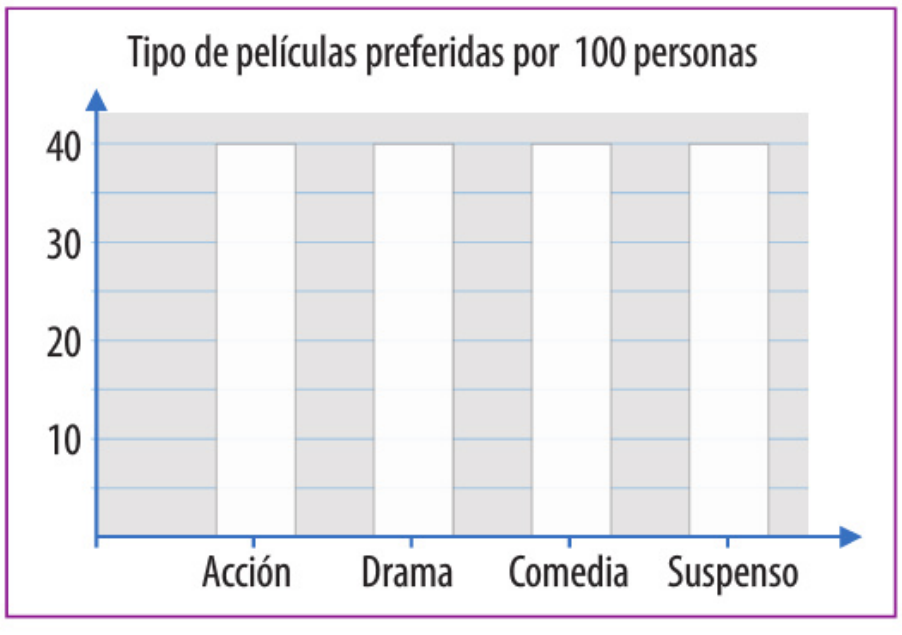
2 **Elabora** el gráfico de barras horizontales y verticales para los datos del ejercicio 1.



3 **Elabora** un gráfico de barras verticales con los datos de la siguiente tabla.

Tipo de películas preferidas por 100 personas

Tipo de película	Frecuencia
Acción	35
Drama	30
Comedia	25
Suspenso	10



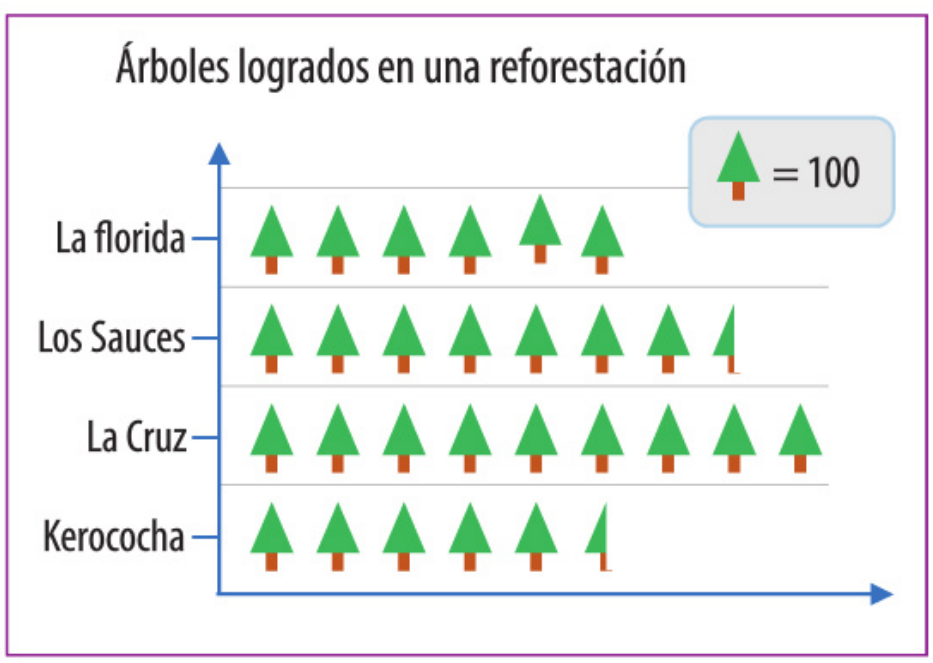
Pictogramas

El alcalde de una provincia ha emprendido una campaña de reforestación en sus cuatro distritos: La florida, Los Sauces, La Cruz y Kerococha.

El alcalde ha repartido entre sus homólogos de cada distrito, plantones de distintas especies de árboles para que los planten en sus áreas deforestadas.

Luego de dos años, los distritos han presentado en el siguiente cuadro el reporte de los árboles que lograron prender en la campaña de reforestación de los 4 distritos:

Distrito	Árboles logrados
La Florida	600
Los Sauces	850
La Cruz	900
Kerococha	550



Con los datos del reporte, el alcalde provincial elaboró un pictograma para visualizar mejor los resultados de su campaña.

En los **pictogramas**, las frecuencias son representadas con dibujos o íconos alegóricos de los datos analizados.

4 Con los datos de la siguiente tabla, **elabora** un pictograma.

Producción de manzanas en 3 años	
Año	Manzanas producidas (kg)
2018	40 000
2019	55 000
2020	70 000

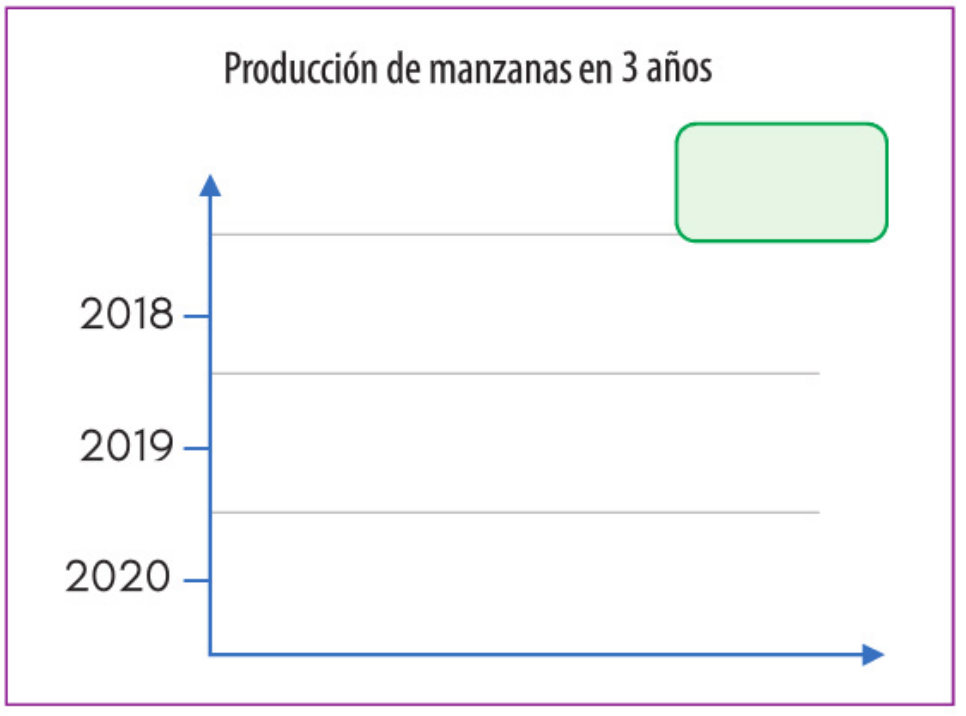


Gráfico circular o de sectores

Fruta	N° Encuestados
Uva	8
Papaya	4
Manzana	5
Plátano	3
Total:	**20**

Dionisio ha realizado una encuesta sobre las frutas favoritas de 20 compañeros. Los datos obtenidos de la encuesta los organizó en la tabla que se muestra arriba. Con los datos de la tabla, elaboraremos el gráfico de sectores.

Elaboración del gráfico de sectores

Los 20 encuestados serán representados por el círculo, o sea, por un "sector de 360°" (toda la vuelta), y cada frecuencia, por un sector circular.

El problema consiste en calcular el ángulo central del sector, el cual se resuelve por una regla de tres simple:

Para la frecuencia 8:

$$\begin{array}{ccc} 20 & \longrightarrow & 360° \\ 8 & \longrightarrow & x \end{array}$$

$$x = \frac{8 \times 360°}{20} = 144°$$

Para la frecuencia 4:

$$\begin{array}{ccc} 20 & \longrightarrow & 360° \\ 4 & \longrightarrow & x \end{array}$$

$$x = \frac{4 \times 360°}{20} = 72°$$

Para la frecuencia 5:

$$\begin{array}{ccc} 20 & \longrightarrow & 360° \\ 5 & \longrightarrow & x \end{array}$$

$$x = \frac{5 \times 360°}{20} = 90°$$

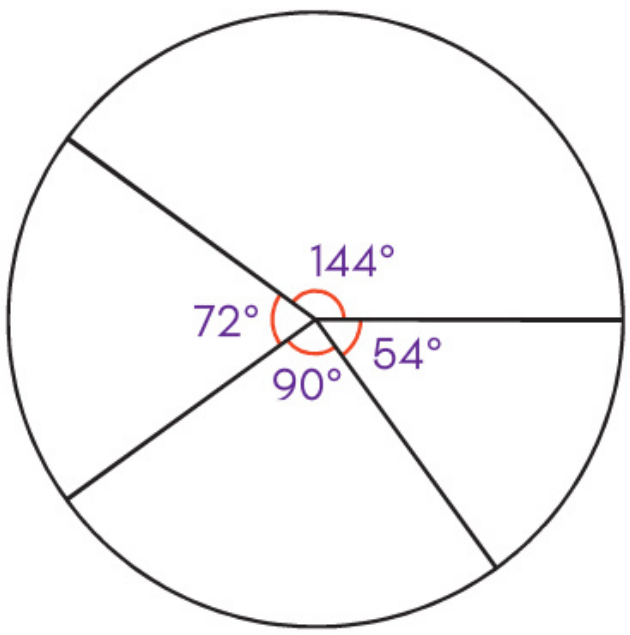
Para la frecuencia 3:

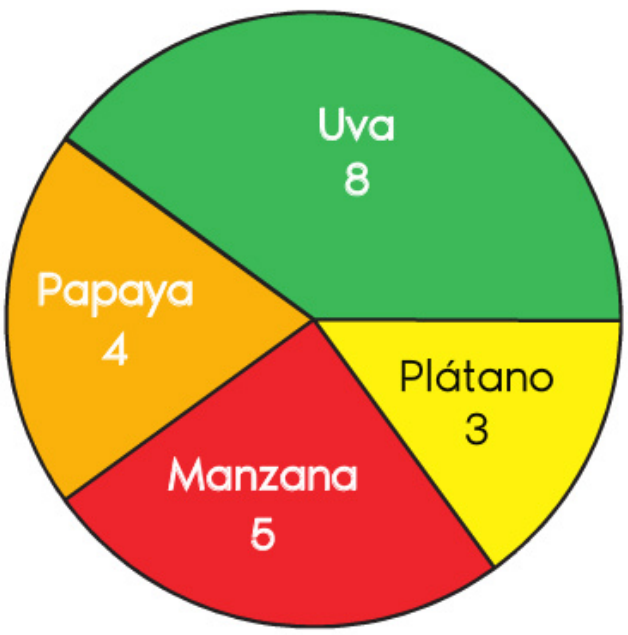
$$\begin{array}{ccc} 20 & \longrightarrow & 360° \\ 3 & \longrightarrow & x \end{array}$$

$$x = \frac{3 \times 360°}{20} = 54°$$

Una vez calculados los ángulos, agregamos una columna a la tabla, la de los grados y dibujamos en un círculo los sectores con los ángulos correspondientes.

Fruta	Frecuencia	Ángulo
Uva	8	144°
Papaya	4	72°
Manzana	5	90°
Plátanos	3	54°
Total:	20	360°





5 La siguiente tabla muestra el tiempo, en horas, de permanencia en Internet de cuatro amigos: Ángel, Benito, Carlos y Daniel, durante una semana.

Elabora un gráfico de barras verticales y otro de barras horizontales.

Amigos	Tiempo(h)
Ángel	12
Benito	15
Carlos	18
Daniel	10

6 A 60 alumnos del cuarto grado del colegio de Iván se les ha preguntado qué bebida llevan al colegio en su lonchera y se ha determinado que las bebidas más frecuentes son: Chicha (Ch), gaseosa (G), agua (A) y jugo (J), según las siguientes anotaciones:

Ch	J	Ch	A	G	Ch	G	J	A	A	G	J	Ch	Ch	J	J	A	G	Ch	J
Ch	J	G	J	Ch	G	J	Ch	Ch	J	G	A	G	Ch	J	Ch	Ch	J	G	A
Ch	J	G	A	J	Ch	A	C h	G	A	J	Ch	J	Ch	A	G	Ch	J	Ch	J

a) Elabora la tabla de distribución de frecuencias.

b) Elabora un gráfico de barras, un pictograma y un gráfico de sectores.

7 Johana es muy ordenada en su economía. Ella lleva una estadística de los gastos que realiza en el colegio. El gráfico corresponde a los gastos hechos en una de las semanas.

a) ¿Cuál es la máxima suma que ha gastado en un día de la semana?

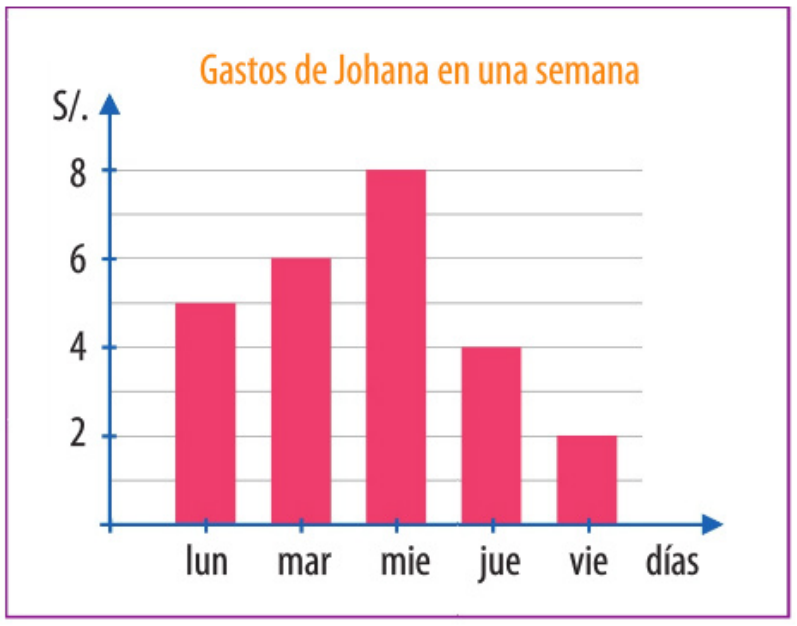
_____

b) ¿Cuánto gastó en los 2 primeros días?

_____

c) ¿Cuánto gastó durante toda la semana?

_____



d) Si el gasto semanal lo realizara por igual en cada día de la semana,

¿cuál sería ese gasto diario? _____

8 Un frutero ha elaborado un gráfico de los kilos de fruta vendidos en un mes.

a) ¿Cuál es la fruta más vendida?

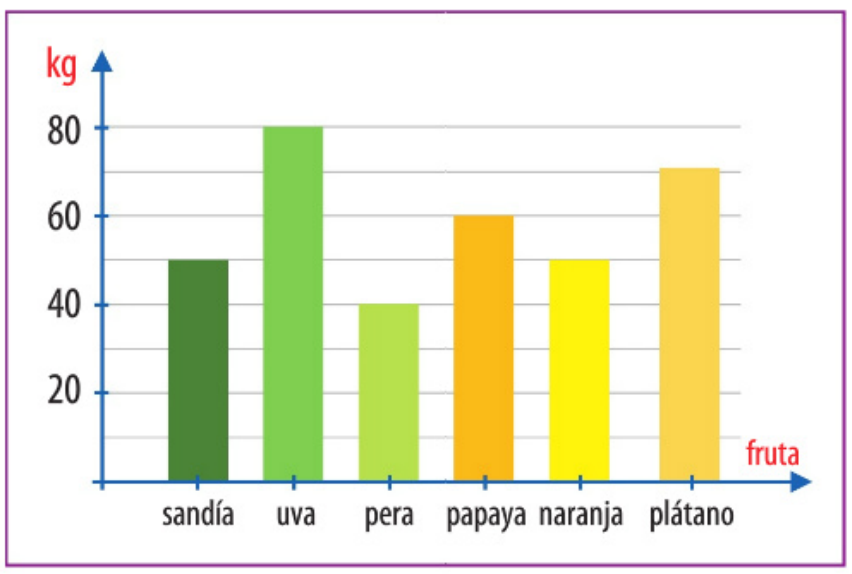
_____

b) ¿Cuál es la fruta menos vendida?

_____

c) ¿Qué frutas se han vendido en la misma cantidad de kilogramos?

_____



d) Suponiendo que una papaya pesa 3 kg, ¿cuántas papayas vendió en el mes?

_____

e) **Elabora** un pictograma y un gráfico de sectores.

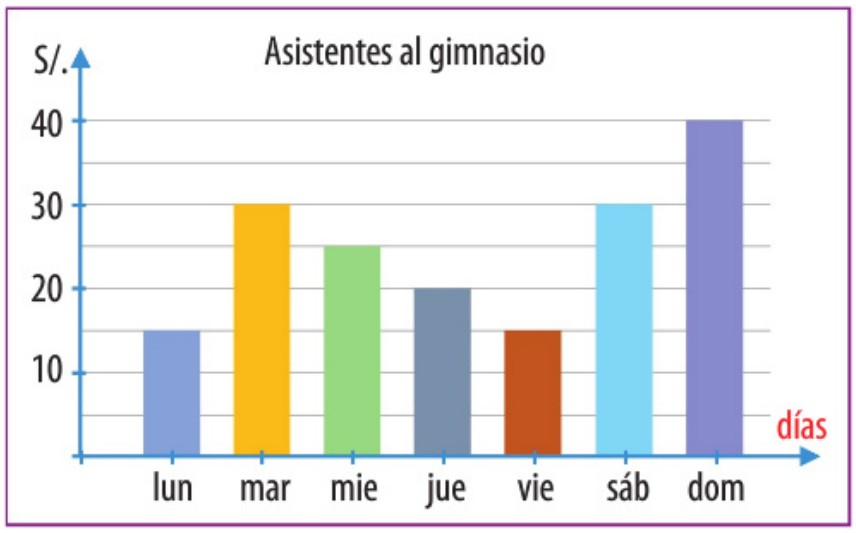
Tarea

Entre tus compañeros, **realiza** una encuesta sobre algún tema de tu interés, como preferencias musicales, el curso que les gusta, número de hermanos, etc.

Presenta tus datos en una tabla y un gráfico de tu elección.

Promedio o media

Tabla de frecuencias



VIDEO DE TEORÍA

El gráfico muestra el número de asistentes al gimnasio de Frank durante una semana. Frank quiere saber cuál es el promedio de asistentes por día, para estimar sus ingresos por mes.

Resolviendo: (Problema introductorio)

Para determinar el promedio elaboraremos la tabla de frecuencias a partir del gráfico.

Día	Asistentes
Lunes	15
Martes	30
Miércoles	25
Jueves	20
Viernes	15
Sábado	30
Domingo	40
Total:	**175**

En la tabla se observa que en la semana asistieron 175 personas en total.

Si estas personas hubieran asistido todos los días de la semana en la misma cantidad, ¿cuántos hubieran ido por día?

Distribuimos por igual las 175 personas en los 7 días de la semana: $\frac{175}{7} = 25$

Entonces decimos que han asistido, en **promedio**, 25 personas por día.

Media, promedio o media aritmética .- La media de un conjunto de datos es igual a la suma de los datos dividido entre el número de ellos y se denota por $\overline{x}$.

$$\overline{x} = \frac{\text{Suma de datos}}{\text{Número de datos}}$$

1 Estas son las notas de Beatriz en matemáticas: 12; 14; 11; 15; 13. ¿Cuál es su promedio?

2 En un juego de tiro al blanco, Miguel realizó 7 tiros. El registro de sus puntajes es el siguiente: 5; 10; 3; 12; 14; 11; 8.

¿Cuál es la media?

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre (Estadística y probabilidades)

Mediana (me)

Oswaldo tiene un garaje donde los vecinos dejan su coche por una noche. Durante una semana se ha registrado el siguiente ingreso de coches:

4 ; 12 ; 5 ; 6 ; 8 ; 4 ; 3

¿Cuál es la mediana?

Resolviendo: (Problema introductorio)

Para obtener la mediana de los datos, hay que ordenarlos de menor a mayor:

La **mediana** de un conjunto de datos es el **dato central**. Cuando hay dos datos centrales, la mediana es la media de los dos.

3 Pedrito es el goleador del equipo de su salón. Siempre que juega un partido con sus amigos suele convertir goles. El siguiente es el registro de sus goles en los últimos 8 partidos: 4 ; 2 ; 4 ; 0 ; 1 ; 2 ; 5 ; 6.

Calcula la mediana de los goles.

4 Un día domingo, Rudy se dedicó a vender empanadas durante 5 horas y fue anotando el número de empanadas vendidas por hora: 14; 11; 17; 15; 13.

Calcula la media y la mediana de los datos.

5 En una fábrica trabajan 12 empleados, cuyas edades son las siguientes:

26; 34; 28; 27; 32; 41; 36; 25; 33; 40; 29; 30

Calcula la media de las edades.

Moda (mo)

Rebeca vende polos para adolescentes.

Por la demanda que tiene, quiere hacer un pedido a su proveedor de polos, pero para saber las tallas de mayor demanda decide hacer una estadística previa.

En una hora vendió polos de las siguientes tallas:
8; 10; 8; 12; 10; 8; 8; 6; 16; 8; 12; 8; 12

¿Cuál es la moda de las tallas de polos vendidos por Rebeca?

La **moda** de un conjunto de datos es el **dato que más se repite**. Cuando hay dos datos que se repiten más en igual número de veces, se dice que el conjunto de datos es **bimodal**.

Resolviendo: (Problema introductorio)

De las tallas: 8 ; 10 ; 8 ; 12 ; 10 ; 8 ; 8 ; 6 ; 16 ; 8 ; 12 ; 8 ; 12

El dato que más se repite es la talla 8. Por lo tanto: mo = 8

6 Para cada grupo de datos, **indica** la moda:

a) 2; 1; 3; 3; 4; 3; 1; 2 ➡ mo = ☐

b) 6; 5; 1; 4; 5; 3; 2; 6; 5 ➡ mo = ☐

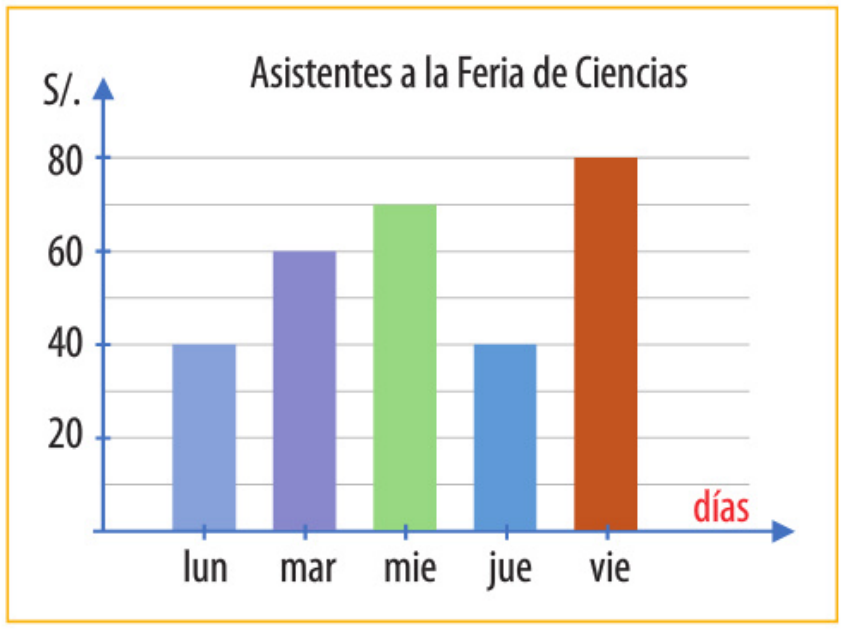
c) 2; 2; 1; 1; 3; 3; 3; 2; 0; 3 ➡ mo = ☐

7 ¿Cuántos asistieron en total y cuál es la media de los asistentes en la semana?

8 ¿Cuál fue el día de mayor asistencia?

ENUNCIADO 1

Este gráfico de barras representa la asistencia a la feria de ciencias organizada por el colegio de Fidel:



9 **Observa** el gráfico y haz tu comentario respecto a los asistentes a la feria durante la semana.

10 ¿Qué día representa la moda?

Gráfico de líneas

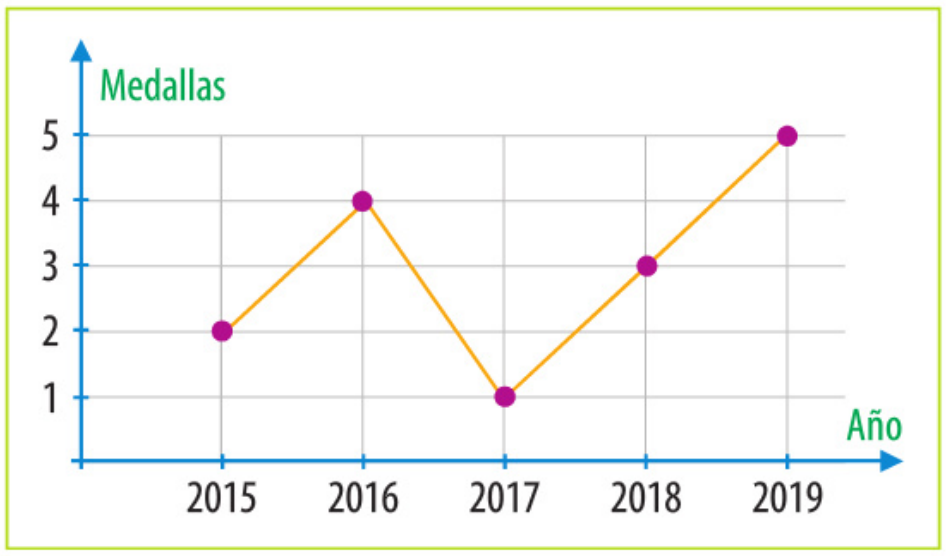
En la provincia de Federico, la municipalidad organiza anualmente un campeonato de atletismo para incentivar el deporte en los niños.

Los alumnos del colegio de Federico participan todos los años. En la tabla se muestra el número de medallas de oro obtenidas en los últimos 5 años.

Año	2015	2016	2017	2018	2019
N° de medallas	2	4	1	3	5

Con los datos de la tabla, vamos a **elaborar** un gráfico de líneas.

Resolviendo: (Problema introductorio)



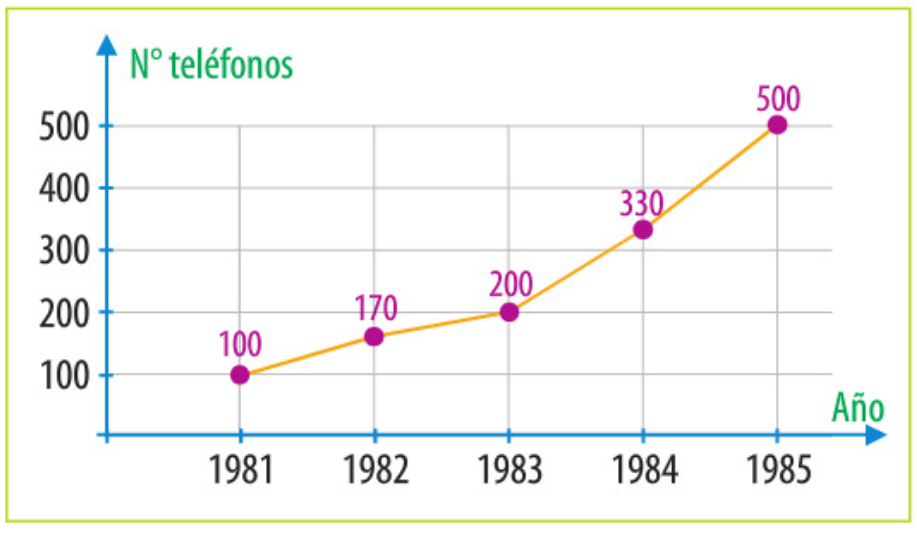
Para elaborar el gráfico de líneas, ubicamos los años en el eje X y las frecuencias en el eje Y.

En la vertical del año y la horizontal de la frecuencia ubicamos los puntos y los unimos mediante segmentos.

ENUNCIADO 2

En los años 80 no había teléfonos móviles y pocas personas tenían teléfono fijo.

El gráfico muestra la evolución del número de personas con teléfonos fijos en un distrito durante 5 años seguidos de aquellos años.



11 Según el gráfico, al finalizar el año 1981 había 100 personas con teléfono fijo. ¿Cuántas personas tenían teléfono al finalizar el año 1982?

12 ¿Cuántos teléfonos se instalaron en el año 1982?

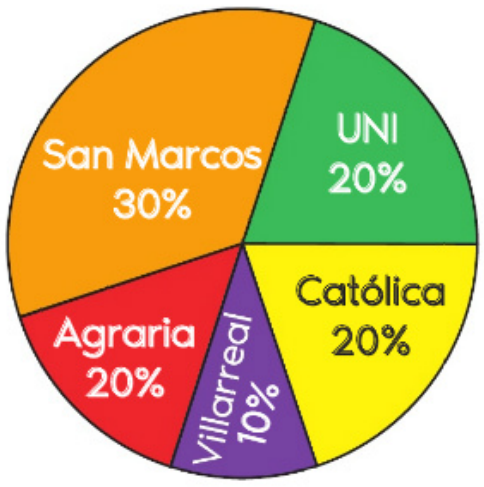
13 ¿En cuánto se incrementó el número de familias con teléfono fijo durante el año 1984?

14 ¿Cuántos teléfonos se instalaron del inicio del año 1983 hasta fines del año 1985?

15 ¿En qué porcentaje aumentó el número de personas con teléfono fijo en el año 1983?

ENUNCIADO 3

En un centro preuniversitario se realizó una encuesta a 200 estudiantes sobre la universidad a la que van a postular. Los resultados se presentan en el siguiente gráfico de sectores.



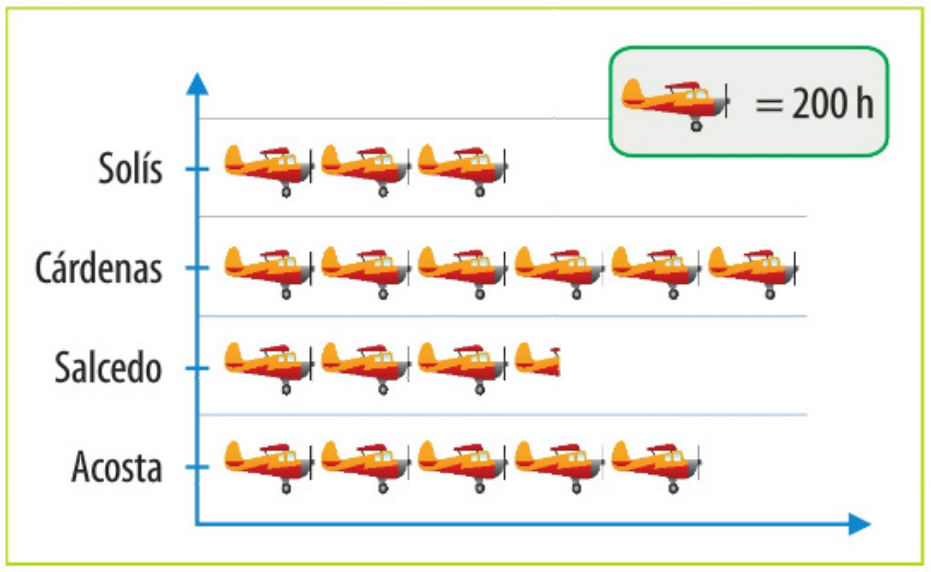
16 **Elabora** una tabla de frecuencias. **Incluye** una columna con las frecuencias porcentuales.

17 **Elabora** un gráfico de barras.

18 ¿Cuál de las universidades tiene la moda?

ENUNCIADO 4

El pictograma muestra el tiempo de vuelo de 4 pilotos de avión.



19 **Elabora** una tabla de frecuencias.

20 ¿Cuántas horas de vuelo más que Solís tiene Cárdenas?

21 ¿Cuántas horas de vuelo le faltan a Salcedo para igualar a Acosta?

22 **Calcula** el promedio de horas de vuelo de los cuatro pilotos.

ENUNCIADO 5

En un colegio hay 5 secciones de cuarto grado de primaria: A, B; C, D y E. El número de alumnos está distribuido según la siguiente tabla:

Sección	A	B	C	D	E
N° de alumnos	28	33	35	30	29

23 ¿Cuál es el promedio de alumnos por aula?

24 ¿En cuál de las aulas está la moda? Justifica tu respuesta.

25 Si el número de alumnos de cada aula disminuyera en 3, ¿cuál sería la moda?

ENUNCIADO 6

Renzo realiza un experimento lanzando reiteradas veces un dado. La siguiente tabla muestra los resultados del experimento.

Puntaje	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	4	5	5	4	7	5

26 Calcula la media.

27 ¿Cuál es la moda y cuál, la mediana?

28 ¿Cuántos lanzamientos realizó en total?

Tarea

1 Las notas de Rogelio en matemáticas son: 12; 16; 11; 18; 15; 13; 13.

a) **Calcula** la media.

b) **Determina** la mediana.

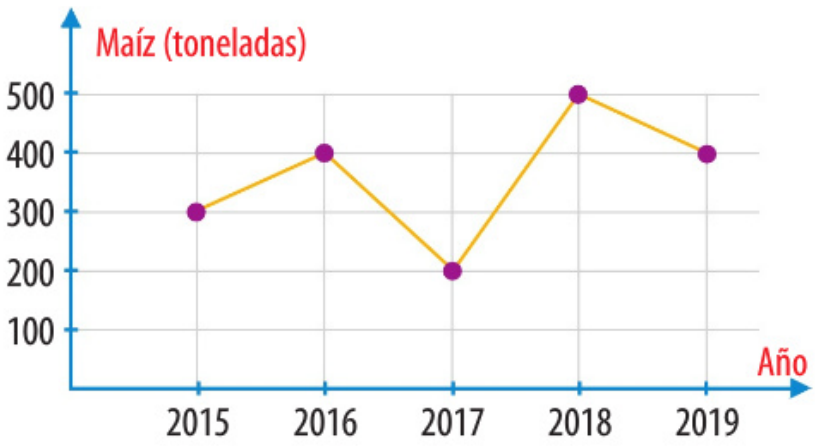
c) ¿Cuál es la moda?

2 **Lanza** 20 veces un dado.

a) **Elabora** una tabla de frecuencias de los resultados.

b) **Calcula** la media, la moda y la mediana.

3 El gráfico muestra la producción de maíz de una región en los últimos 5 años.



Calcula la media y la moda de la producción de maíz.

GENIO MATIC

Multiplicación

Combinaciones y permutaciones

En un campeonato de boxeo organizado por una institución educativa quedaron como finalistas Arnold, Blas, Claudio y Darío.

Los finalistas disputarán una medalla de oro y otra de plata, para ello tendrán que enfrentarse todos contra todos.

a) ¿Cuántas peleas se celebrarán?

b) ¿De cuántas maneras diferentes pueden obtener las dos medallas?

VIDEO DE TEORÍA

Para resolver el problema vamos a nombrar a cada uno por sus iniciales.

a) Observa todas las peleas que se deberán celebrar:

AB AC AD

BC BD CD

6 peleas

Cada una de las peleas es una combinación de dos boxeadores.

Se ha combinado 4 elementos tomándolos de 2 en 2. Se deben realizar 6 peleas.

b) Veamos todas las maneras en que pueden obtener las dos medallas:

1°	2°
A	B
B	A
A	C
C	A
A	D
D	A
B	C
C	B
B	D
D	B
C	D
D	C

Cada combinación la hemos ordenado de 2 maneras. Se han permutado 4 elementos de 2 en 2. Hay 12 maneras.

Combinar elementos es formar grupos tomándolos de 2 en 2, de 3 en 3, ..., según de cuánto en cuanto se pide que se combine.

Permutar elementos es ordenar tomándolos de 2 en 2, de 3 en 3, ..., según de cuánto en cuanto se pide que se permute.

1 ¿Cuántos ramos de dos flores se puede formar con estas flores?

2 ¿De cuántas maneras diferentes se puede cubrir los tres espacios de la pared con las tres losetas?

3 **Ordena** de todas las maneras diferentes las letras de la palabra PERA, aunque las palabras que resulten no tengan sentido.

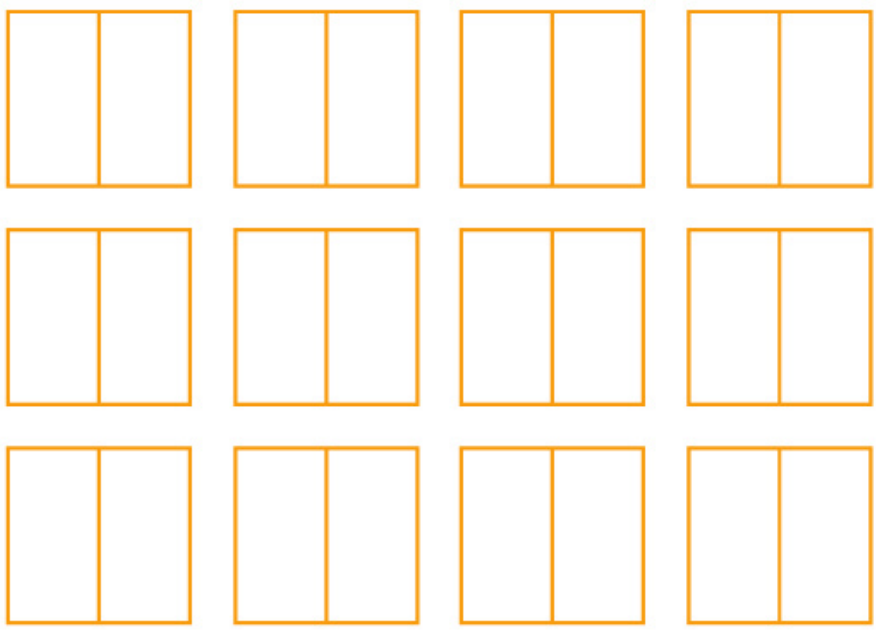
4 ¿De cuántas maneras diferentes se puede escribir de dos en dos las letras de la palabra PERA?

5 Terencio es un anciano muy religioso. En su ciudad hay 5 iglesias y Terencio diariamente visita a dos de ellas.

Un tiempo se propuso visitar cada día en combinaciones diferentes. ¿En cuántos días agotó todas las formas?

6 Aquí tienes tres fichas numeradas. Usando dos de las fichas a la vez, forma todos los números de dos cifras que puedas.

7 **Pinta** de distintas formas estos recuadros usando 4 colores diferentes.



8 A Leonardo le gusta presumir con sus tres autos de colores rojo, azul y blanco, por lo que usa diariamente dos de ellos, uno en la mañana y otro en la tarde. ¿Durante cuántos días puede usar dos autos de manera diferente?

GENIOMATIC

Nociones de probabilidad

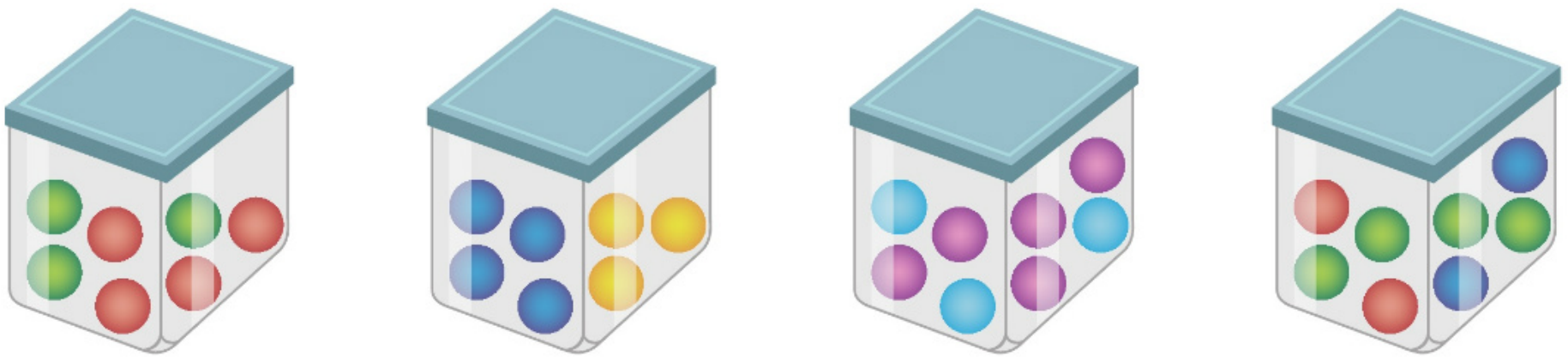
La abuelita de Esteban guarda en este saquillo 5 monedas de oro y 3 de plata.

Como Esteban es su nieto favorito, le propuso que elija una moneda, ya sea de oro o de plata y la saque sin ver del saquillo. Si logra sacar la clase de moneda que ha elegido se lo podrá quedar.

¿Qué moneda le conviene elegir a Esteban?

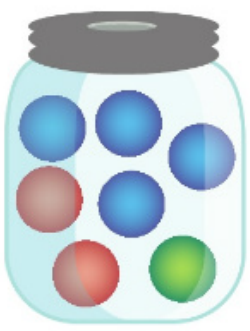
En efecto, Esteban optará por la moneda de oro para tener mayor posibilidad de ganarse una moneda, porque hay más monedas de oro que de plata. Por eso se dice. "Es más probable que salga una moneda de oro que de plata".

9 Estos potes contienen canicas de distintos colores. Si de cada pote se extrae al azar una canica, **escribe** el color de la canica que tiene mayor probabilidad de salir.



_____ _____ _____ _____

10 Si de este pote se extrajera al azar una bola:



a) ¿Qué color tendría mayor probabilidad de salir?

_____

b) ¿Qué color tendría menor probabilidad de salir?

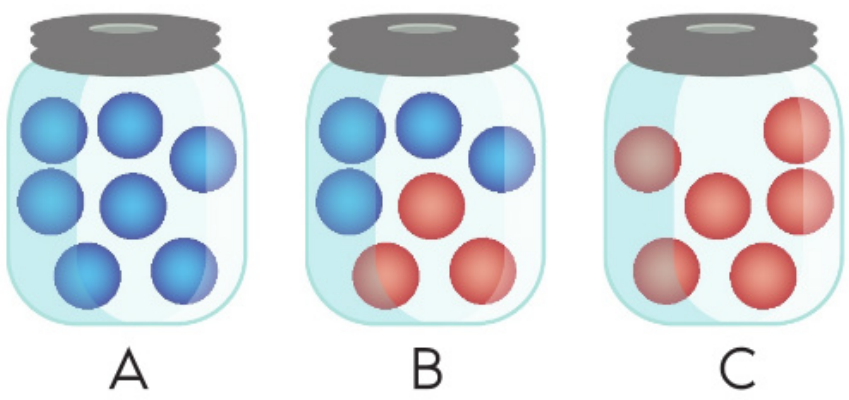
_____

c) Si se extrae una bola al azar, ¿con toda seguridad saldría azul? Sustenta tu respuesta.

_____

_____

11 **Determina** si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes proposiciones.



a) Si del pote A se extrae una bola al azar, siempre será de color azul. ( )

b) Si del pote B se extrae una bola al azar siempre saldrá de color azul. ( )

C) Si del pote C se extrae una bola al azar nunca saldrá de color azul. ( )

Cálculo de probabilidades

A Samuel le gustan los caramelos con sabor a chicha morada.

Un comerciante le ofrece regalarle un caramelo, siempre que logre adivinar el sabor del caramelo que extraiga sin mirar.

Samuel se apresta a calcular sus posibilidades de ganar y razona del siguiente modo:

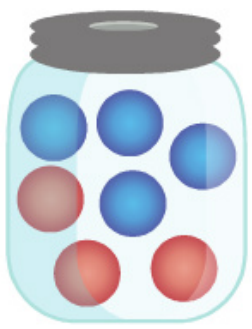
"Hay 5 caramelos. Si extraigo uno al azar, puede salir cualquiera de los 5, entonces hay 5 posibilidades en total. De los caramelos que me gustan hay 3, entonces tengo 3 posibilidades de ganar. Entonces mis posibilidades de ganar son de 3 sobre 5"

En efecto, es posible calcular la posibilidad de que ocurra un evento fortuito, como el hecho de que salga un caramelo morado cuando se extrae sin mirar. Esta cuantificación se llama **probabilidad**.

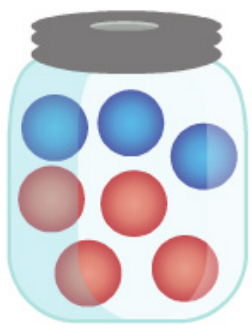
La **probabilidad** de que ocurra un evento fortuito es:

$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}}$$

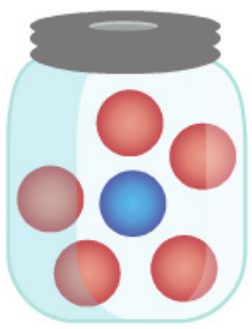
12 Para cada pote, **calcula** la probabilidad de que salga una bola azul cuando se extrae una bola al azar.



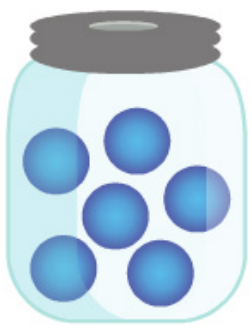
P_1 = _____



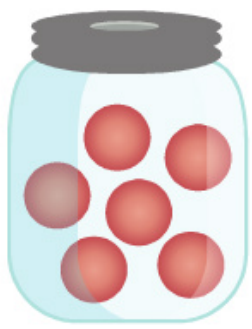
P_2 = _____



P_3 = _____



P_4 = _____



P_5 = _____

13 Del pote mostrado se extrae al azar una bola.

Calcula la probabilidad de que sea:

a) De color azul: P(A) = _____

b) De color verde: P(A) = _____

c) De color rojo: P(A) = _____

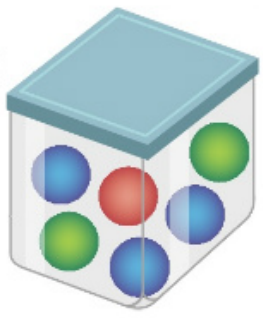
d) De color rosado: P(A) = _____

14 Una de estas llaves abre la gaveta de mi escritorio, aunque no sé cuál es.

Si elijo una al azar, ¿cuál es la probabilidad de que abra mi gaveta?

15 Cuando se lanza una moneda al aire, ¿cuál es la probabilidad de que salga cara?

16 **Califica** como verdaderas (V) o como falsas (F) las siguientes afirmaciones: (justifica tu respuesta).



a) Si se extrae una bola al azar es más probable que sea azul. ( )

b) La probabilidad de extraer una bola verde es el doble de la probabilidad de extraer una bola roja. ( )

c) La probabilidad de extraer una bola azul es el doble de la probabilidad de extraer una bola verde. ( )

17 Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de:

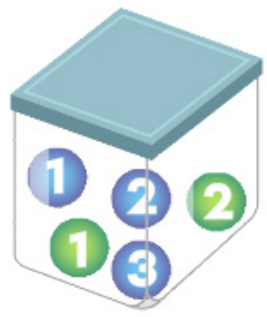
a) Obtener 5 puntos.

b) Obtener 2 puntos.

c) Obtener un puntaje par.

d) Obtener un puntaje mayor que 5.

18 De esta urna se extraen dos bolas al azar.



a) **Haz** una lista de todos los resultados posibles.

b) **Calcula** la probabilidad de que las dos bolas sean azules.

c) **Calcula** la probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color.

19 Ángel, Blanca y Ciro fueron a pasear al parque. Mientras conversaban, decidieron sentarse los tres al azar en una banca.

a) **Haz** una lista de todos los ordenamientos posibles de cómo pueden sentarse los tres.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que Blanca se siente al centro?

20 En una urna se introducen 5 bolas numeradas del 1 al 5. Si de esta urna se extrae una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la bola esté numerada con un número par.

21 Con relación a la figura, responde las siguientes preguntas:

a) ¿De cuál de las bolsas hay mayor probabilidad de extraer al azar una bola rosada?

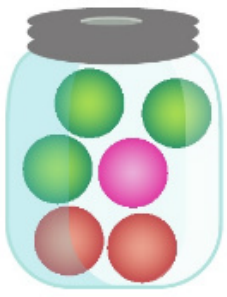
b) ¿De cuáles bolsas existe la misma probabilidad de extraer al azar una bola verde?

c) ¿Cuál es la probabilidad de extraer dos bolas del mismo color de la bolsa 1?

Tarea

1 De este pote se extrae una bola al azar y se anota el color de la bola extraída.

Calcula la probabilidad correspondiente a cada color.



2 Se escribe aleatoriamente en fila las letras A, B y C. ¿Cuál es la probabilidad de que B, quede al centro?

3 En una reunión de padres de familia hay 15 varones y 25 mujeres. Si se elige una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

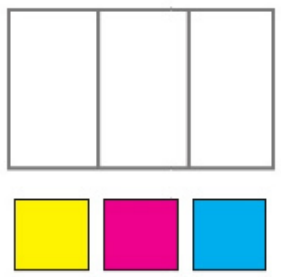
4 Aldo, Carmen, José y María se sientan en una banca. **Elabora** una lista de posibilidades en las que las dos mujeres estén juntas.

GENIOMATIC

Reforzando - Unidad 8

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 ¿De cuántas maneras diferentes se pueden pintar los tres casilleros en blanco con los colores de la parte inferior, usando siempre uno de cada color?

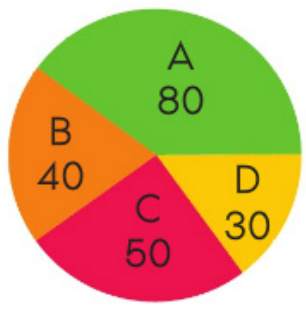


A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

2 Los mellizos Elio y Leo tienen cuatro polos de diferentes colores. Ellos comparten los polos y deciden ir diariamente vestidos de manera diferente con los polos. ¿Durante cuántos días lo pueden hacer?

A) 6 B) 10 C) 12 D) 8

3 En el gráfico se muestran las preferencias de personas encuestadas por cuatro bebidas de una determinada marca.



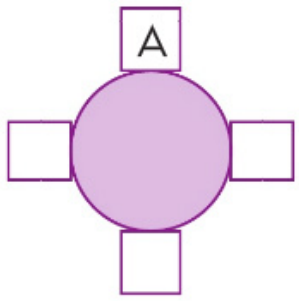
¿Cuántas personas fueron encuestadas?

A) 150 B) 100 C) 200 D) 180

4 Se escriben al azar las letras de la palabra PRE. ¿De cuántas maneras diferentes se puede escribir?

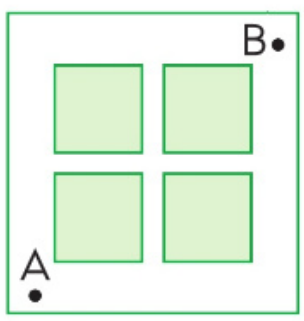
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

5 ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar las letras B, C y D en los casilleros en blanco de la figura?



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

6 ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir del punto A al punto B, sin retroceder por ningún motivo?



A) 3 B) 4 C) 6 D) 8

7 Un profesor califica a sus alumnos con los términos Muy malo (MM), Malo (M) Regular (R), Bueno (B) y Muy bueno (MB).

La tabla muestra las calificaciones de 20 estudiantes.

Calificaciones	MM	M	R	B	MB
N° alumnos	2	4	6	5	3

¿Cuál es la moda de las calificaciones?

A) R B) M C) 6 D) 3

8 Al lanzar un dado, cuál es la probabilidad de obtener:

a) Un 4.
b) Un número par.
c) Un número múltiplo de 3.

Indique la alternativa que no corresponde a ninguna de las respuestas.

A) 1/3 B) 2/3 C) 1/6 D) 1/2

9 Los siguientes datos corresponden al número de bibliotecas públicas en 5 distritos de una provincia:

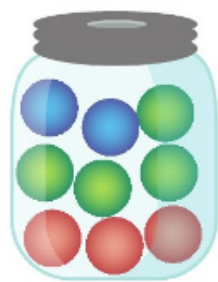
Distrito	A	B	C	D	E
N° bibliotecas	3	4	2	1	0

a) ¿Cuántas bibliotecas tiene la provincia?
b) ¿Cuántas bibliotecas por distrito tienen en promedio?

Indica la suma de las respuestas.

A) 12 B) 10 C) 11 D) 13

10 Del pote se extrae una bola sin ver. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de color rojo?



A) 1/3 B) 1/2
C) 2/3 D) 1/4

11 ¿De cuántas maneras diferentes se puede introducir en el pote dos bolas de las que

se muestran en la figura?

A) 6 B) 10 C) 12 D) 15

12 Las notas obtenidas en un examen por un grupo de estudiantes son:

12 - 17 - 16 - 14 - 17 - 12 - 17

a) ¿Cuál es la frecuencia de la nota 12?

b) ¿Cuál es la suma de las frecuencias de 15 y 17?

c) ¿Cuál es la media de las notas?

d) ¿Cuál es la moda de las notas?

e) ¿Cuál es la mediana de las notas?

13 Un profesor califica a sus alumnos con los términos Muy malo (MM), Malo (M) Regular (R), Bueno (B) y Muy bueno (MB).

La tabla muestra las calificaciones de 15 estudiantes.

Calificaciones	MM	M	R	B	MB
N° alumnos	1	3	5	4	2

Elabora un gráfico de barras.

14 Las temperaturas medias registradas durante 10 días en Lima, en grados centígrados, están dadas por la siguiente tabla:

Temperatura	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
N° de días	1	1	2	3	6	8	4	3	2	1

a) ¿Cuál es la temperatura moda?

b) ¿Cuál es la temperatura mediana?

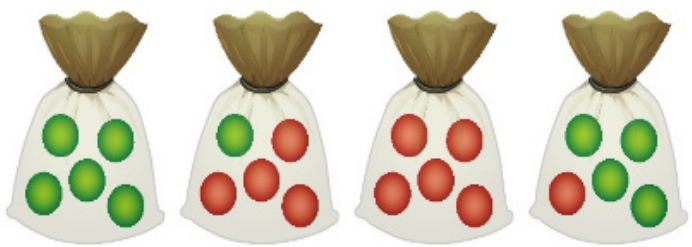
15 Los siguientes datos corresponden al número de pedidos de tortas que la señora Felícita recibió a diario durante una semana: 3- 7- 5- 4- 7- 2- 7.

a) ¿Cuántos pedidos por día ha recibido en promedio?

b) ¿Cuál es la moda del número de pedidos?

c) ¿Cuál es la mediana?

16 Queremos sacar una bola verde. Escribe el cartel que corresponde a cada una de las bolsas.



Bastane Probable

Poco Probable

Imposible

Seguro

17 Representa la siguiente tabla en un diagrama de barras y en un gráfico de sectores.

Calificaciones	MM	M	R	B	MB
N° alumnos	4	6	13	8	5

18 La tabla muestra el número de personas atendidas de emergencia en una posta médica durante una semana.

Día	L	M	M	J	V	S	D
N° emergencia	1	5	5	2	3	5	7

a) ¿Cuántas emergencias se atendieron en total?

b) ¿Cuál es el promedio de atenciones por día?

c) ¿Cuál es la moda de las atenciones?

d) ¿Cuál es la mediana de las atenciones?

e) Elabora un gráfico de barras.

19 El gráfico muestra la preferencia de personas por su equipo favorito.

Responde las siguientes preguntas:

a) ¿Cuántas personas fueron encuestadas?

b) ¿Qué porcentaje de los encuestados prefieren la U?

c) Si de las personas encuestadas se elige una al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea de Cristal?

Autoevaluación

1 Se ha hecho una encuesta sobre el género literario preferido por los alumnos de una clase y se ha obtenido la siguiente tabla:

Tipo	N° de alumnos
Novela	24
Poesía	16
Teatro	10

a) Representa los datos en un diagrama de barras.

b) Representa los datos en un diagrama de sectores.

2 Una región ha producido 80 toneladas de trigo en 2016; 50 toneladas en 2017; 90 toneladas en 2018; 100 toneladas en 2019.

a) Elabora un gráfico de barras.

b) Elabora un gráfico de líneas.

c) Determina la producción media de los 4 años.

3 Álvaro, Carlos y Diana se sientan aleatoriamente en una banca. ¿Cuál es la probabilidad de que Diana se siente al lado de Álvaro?

4 Calcula la media, la moda y la mediana de los siguientes datos: 4; 4 ; 6; 5; 8; 5; 8; 11; 8; 8.

5 En una caja hay 9 bolas numeradas del 1 al 9. Si se extrae una bola al azar, halla:

a) La probabilidad de que sea mayor que 3.

b) La probabilidad de que sea inferior a 6.

c) La probabilidad de que sea mayor que 3 y menor que 7

6 ¿De cuál de las bolsas es más probable sacar (sin mirar) dos bolas de diferente color?

Descarga una aplicación para escanear códigos QR en la tienda de tu Smartphone para ver las lecciones de este libro en video.

Edición Digital
2021

GENIO MATIC
INFORMES Y PEDIDOS
Jr. Flosferri 616 - Lima 36
(01) 767 0437
912 841 287
geniomaticeirl@gmail.com